

重力波天文学

新潟大学大学院自然科学研究科
大原謙一

重力波の放射（復習？）

- 平坦な背景時空 $\eta_{\mu\nu}$ に対する小さな摂動 $h_{\mu\nu}$

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}, \quad |h_{\mu\nu}| \ll 1$$

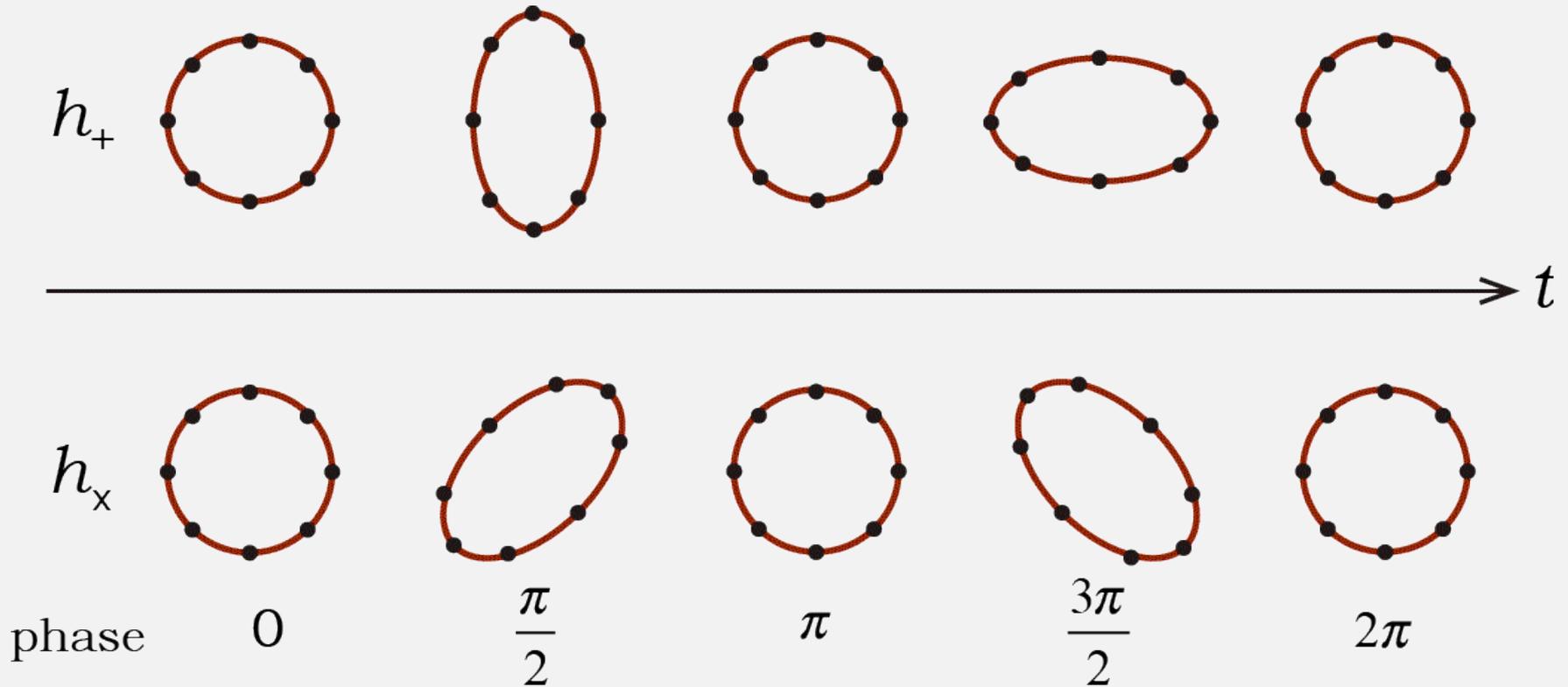
- アインシュタイン方程式（線形化）
適当なゲージ（TTゲージ）

→ 波動方程式

$$\eta^{\mu\nu} \partial_{\mu} \partial_{\nu} h_{ij}^{\text{TT}} = \left(-\frac{\partial^2}{c^2 \partial t^2} + \Delta \right) h_{ij}^{\text{TT}} = 0$$

Polarization (偏波)

- スクリーンに垂直方向に進む波 h_+ or h_\times が来ると、円周上の粒子は下図のように動く。



重力波の性質

- 電磁波と同様に，重力波は
 - 縦波
 - 光の速さで進む
 - その振幅は， $\sim 1/r$ に比例
- 重力波の放射：最低次は4重極放射
cf. 電磁波の放射の最低次は双極放射

アインシュタインの一般相対論以外の重力理論では，これとは異なる「重力波」の放射もあり得る。

重力波の4重極放射

- 以下の仮定の下で
 - 重力波源が作る重力場は十分弱い
 - 重力波源内部の典型的な速度は、光速度に比べて十分小さい

生成される重力波は、

「4重極公式 quadrupole formula」で与えられる。

$$h_{ij}^{\text{TT}}(t, \mathbf{x}) = \frac{1}{r} \frac{2G}{c^4} \ddot{Q}_{ij}^{\text{TT}}(t - r/c)$$

4 重極公式

- $$h_{ij}^{\text{TT}}(t, \mathbf{x}) = \frac{1}{r} \frac{2G}{c^4} \ddot{Q}_{ij}^{\text{TT}}(t - r/c)$$

$$Q^{ij} = \int d^3x \rho(t, \mathbf{x}) \left(x^i x^j - \frac{1}{3} r^2 \delta^{ij} \right) ; \quad Q_{ij}^{\text{TT}} = \Lambda_{ij,kl} Q_{kl}$$
$$\Lambda_{ij,kl} \equiv P_{ik} P_{jl} - \frac{1}{2} P_{ij} P_{kl} , \quad P_{ij} = \delta_{ij} - n_i n_j , \quad n^i = \frac{x^i}{r}$$

重力波のエネルギー放射率 (luminosity)

$$\frac{dE_{\text{GW}}}{dt} = \frac{c^3 r^2}{32\pi G} \int d\Omega \langle \dot{h}_{ij}^{\text{TT}} \dot{h}_{ij}^{\text{TT}} \rangle = \frac{G}{5c^5} \langle \ddot{Q}_{ij} \ddot{Q}_{ij} \rangle$$

重力波による角運動量放出率

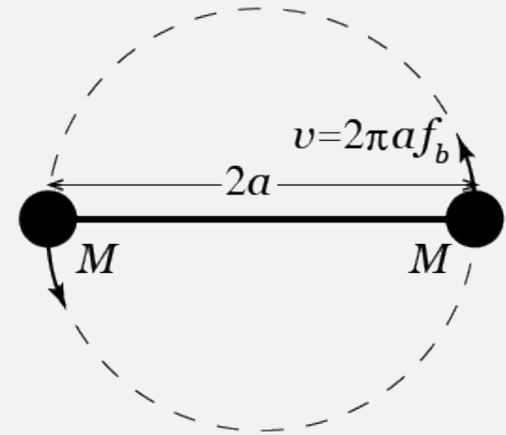
$$\frac{dJ_{\text{GW}}^i}{dt} = \frac{2G}{5c^5} \epsilon^{ikl} \langle \ddot{Q}_{ka} \ddot{Q}_{la} \rangle$$

重力波は非常に弱い

地上で作りに出して観測（実験）できるか？

● 重力波生成装置

- 質量 M の質点が長さ $2a$ の棒の両端に付けられている。
- 周波数 f_b で回転させる。



● 重力波のエネルギー放射率

$$\begin{aligned}\frac{dE_{\text{GW}}}{dt} &= \frac{G}{5c^5} \langle \ddot{Q}_{ij} \ddot{Q}_{ij} \rangle = \frac{128G}{5c^5} M^2 a^4 (2\pi f_b)^6 \\ &= 5 \times 10^{-24} \text{ erg/s} \left(\frac{M}{10^3 \text{ kg}} \right)^2 \left(\frac{2a}{10 \text{ m}} \right)^4 \left(\frac{f_b}{10 \text{ Hz}} \right)^6 \\ &\quad \left(5 \times 10^{-31} \text{ W} \right)\end{aligned}$$

重力子

- 量子論的に考えると

- 電磁波：光子 (photon)
- 重力波：重力子 (graviton)

- 振動数 ν_{GW} の重力子のエネルギー $E_{\text{GW}} = h \nu_{\text{GW}}$

$$\nu_{\text{GW}} = 2f_b, \quad E_{\text{GW}} = 2h f_b$$

$$\frac{dE_{\text{GW}}}{dt} = \frac{128G}{5c^5} M^2 a^4 (2\pi f_b)^6$$

重力子

- 単位時間あたりに放射される重力子の数

$$\begin{aligned}\frac{dE_{\text{GW}} / dt}{E_{\text{GW}}} &= \frac{(4\pi)^6 G}{5c^5 h} M^2 a^4 f_b^5 \\ &= \left(\frac{1}{4}\right) \text{個/s} \left(\frac{M}{10^3 \text{ kg}}\right)^2 \left(\frac{2a}{10 \text{ m}}\right)^4 \left(\frac{f_b}{10 \text{ Hz}}\right)^5\end{aligned}$$

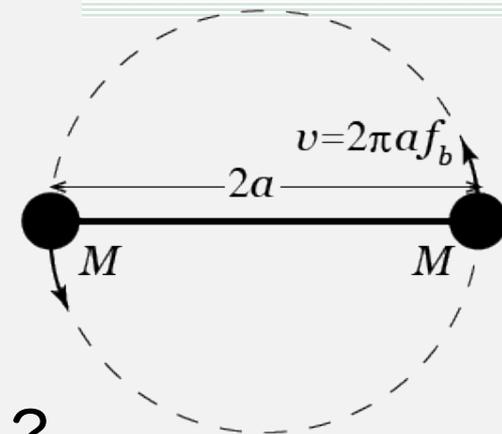
- 携帯電話 約1GHz, 1W以下 → 10^{24} 個/s程度

電磁波と重力波の観測方法は異なるので
この比較はあまり意味が無い。

地上実験で重力波の観測

- 重力波の振幅

$$h_{ij}^{\text{TT}} = \frac{1}{r} \frac{2G}{c^4} \ddot{Q}_{ij}^{\text{TT}} \sim \frac{8G}{c^4} \frac{Ma^2 (2\pi f_b)^2}{r}$$



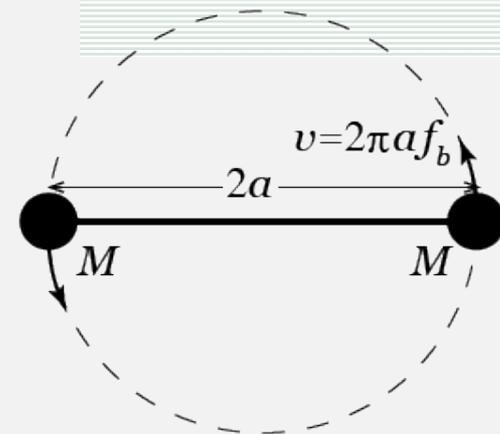
r が小さければ h は大きい
→ 近くで観測すれば重力波がとらえられる？

- 重力波を観測するには，波長に比べて遠いところでないといけない。

- 「波」という取り扱いができない。
- ニュートン重力（monopole成分）が変動する効果が重力波より大きい。

地上実験で重力波の観測

$$h_{ij}^{\text{TT}} = \frac{1}{r} \frac{2G}{c^4} \ddot{Q}_{ij}^{\text{TT}} \sim \frac{8G}{c^4} \frac{Ma^2 (2\pi f_b)^2}{r}$$



- $f_b = 10\text{Hz} \rightarrow$ 重力波の振動数 $f_{\text{GW}} = 2f_b = 20\text{Hz}$
- 重力波の波長 15,000km ~ 地球の直径

- $r > \frac{c}{f_{\text{GW}}} = \frac{c}{2f_b}$ で

$$h < \frac{64\pi^2 G}{c^5} Ma^2 f_b^3 = 5 \times 10^{-43} \left(\frac{M}{10^3 \text{ kg}} \right) \left(\frac{2a}{10 \text{ m}} \right)^2 \left(\frac{f_b}{10 \text{ Hz}} \right)^3$$

電磁波 vs. 重力波

重力は、電磁気力に比べてずっと弱い。

陽子に働く力

$$F_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2}, \quad F_g = \frac{Gm_p^2}{r^2}; \quad \frac{F_g}{F_e} = \frac{Gm_p^2}{e^2 / 4\pi\epsilon_0} \approx 10^{-36}$$

- 電磁波:
 - ミクロなプロセスで発生可能
 - 高周波，短波長の電磁波
- 重力波:
 - 作り出すには巨大な物体が必要
 - 低周波，長波長になってしまう

宇宙の重力波源

- 大きな重力波源
= 4重極モーメント Q_{ij}^{TT} の時間微分が大きい
 - 大質量・大スケール（強い重力場）
 - 激しい変動
 - 非球対称
- ❖ ブラックホール，中性子星（白色矮星）
- ❖ 全宇宙； 特に初期宇宙

期待される重力波源 (1)

● 突発的重力波源

➤ コンパクト連星の合体

(Compact Binary Coalescence = CBC)

中性子星(NS)やブラックホール(BH)の2重星

- NS-NS, NS-BH, BH-BH

➤ 星の重力崩壊

超新星爆発 (Supernova = SN)

➤ パルサー・グリッチ

パルサー (中性子星) の自転速度が突発的に速くなる

➤ 宇宙紐のカस्प, キンク (?)

期待される重力波源 (2)

● 連続的重力波源

➤ 回転中性子星

非軸対称の中性子星が高速に回転

➤ 連星系 (合体するずっと前から)

ブラックホール, 中性子星, 白色矮星

● 背景重力波

➤ 初期宇宙から

原始重力波, インフレーション, BICEPによる観測

➤ 様々な天体から

個別に分離できないが,
いろいろな天体からの重力波の重ね合わせ

重力波源の分類

- 重力波の放射時間

- 短いもの（突発的）
- 長いもの（連続的）

- 重力波の波形

- 予測できるもの
- 予測できないもの

- **deterministic** か, **stochastic** か

これらによって、データ解析の方法が異なる。



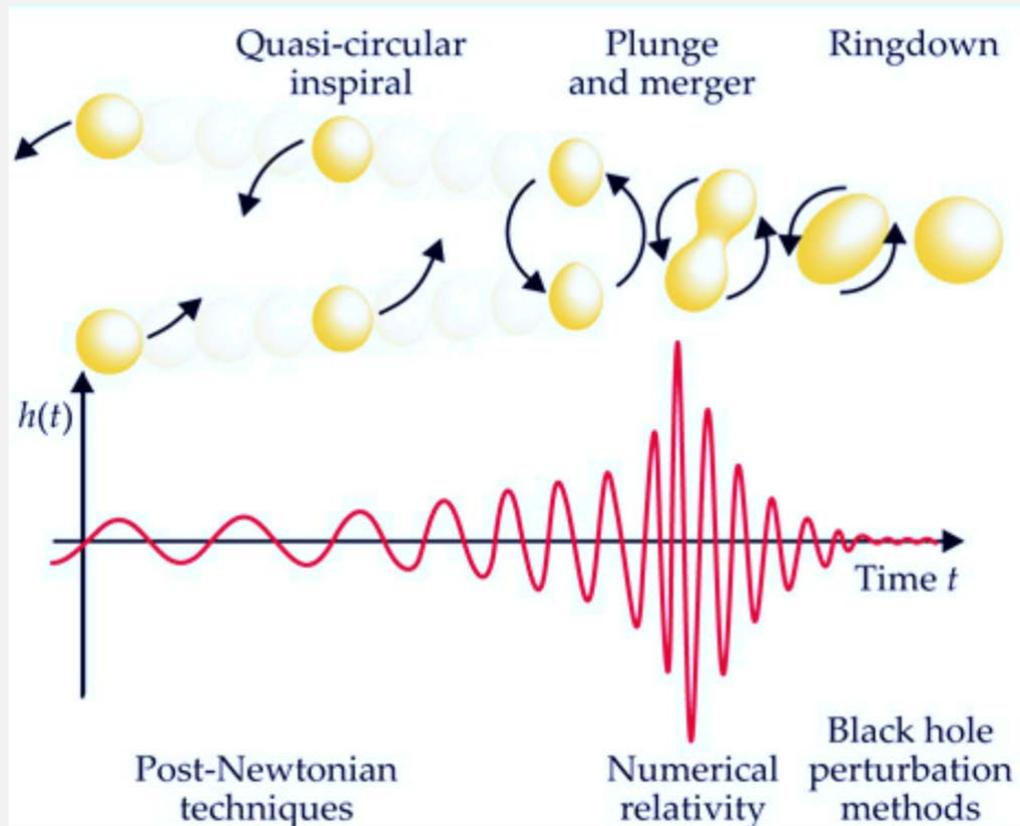
地上の重力波観測装置に対して
最も有望な重力波源は

コンパクト連星の合体 (CBC)

CBC: Compact Binary Coalescence

CBCの3つのフェーズ

- 準定常らせん軌道フェーズ (inspiral phase)
- 合体 (merger phase)
- 合体後のBHまたはNS振動 (ringdown phase)



Compact Binary (合体するまで)

- 中性子星(NS)やブラックホール(BH)の連星
 - 重力波を出してエネルギーを失って徐々に接近。
準定常円軌道
 - 合体直前までは、質点と見なせる。
 - 大きさを無視； 潮汐力を無視
- 最後に、円軌道は不安定になって、合体する。
the innermost stable circular orbit (ISCO)

CBからの重力波

- 質量 m_1, m_2 の星からなる重力波
半径 a の円軌道, 軌道周期 P_b , 軌道周波数 $f_b = 1/P_b$

全質量 $M = m_1 + m_2$; 換算質量 $\mu = m_1 m_2 / (m_1 + m_2)$

$$\frac{dE_{\text{GW}}}{dt} = \frac{32G}{5c^5} \mu^2 a^4 (2\pi f_b)^6 \quad h = \frac{4G}{c^4} \frac{\mu a^2 (2\pi f_b)^2}{r}$$

- ケプラーの法則 $GM = (2\pi f_b)^2 a^3$

$$\frac{dE_{\text{GW}}}{dt} = \frac{32G^{7/3}}{5c^5} M_c^{10/3} (2\pi f_b)^{10/3} \quad h = \frac{4G^{5/3}}{c^4} \frac{M_c^{5/3} (2\pi f_b)^{2/3}}{r}$$

ここで, M_c は, **チャープ質量**

$$M_c \equiv \mu^{3/5} M^{2/5} = q^{3/5} M, \quad q = \mu / M$$

CBC

- 重力波の放射により連星系は角運動量を失う
 - 軌道半径 a が減小

$$\frac{da}{dt} = -\frac{64G^3}{5c^5} \mu M^2 a^{-3} = -\frac{64G^3}{5c^5} M_c^{5/3} M^{4/3} a^{-3}$$

- 軌道周期 P_b は減小, 軌道周波数 f_b は増大
(ケプラーの法則)

$$\frac{df_b}{dt} = \frac{48G^{5/3}}{5\pi c^5} M_c^{5/3} (2\pi f_b)^{11/3}$$

$$\frac{dP_b}{dt} = -\frac{192G^{5/3}}{5c^5} M_c^{5/3} \left(\frac{P_b}{2\pi} \right)^{-5/3}$$

CBC

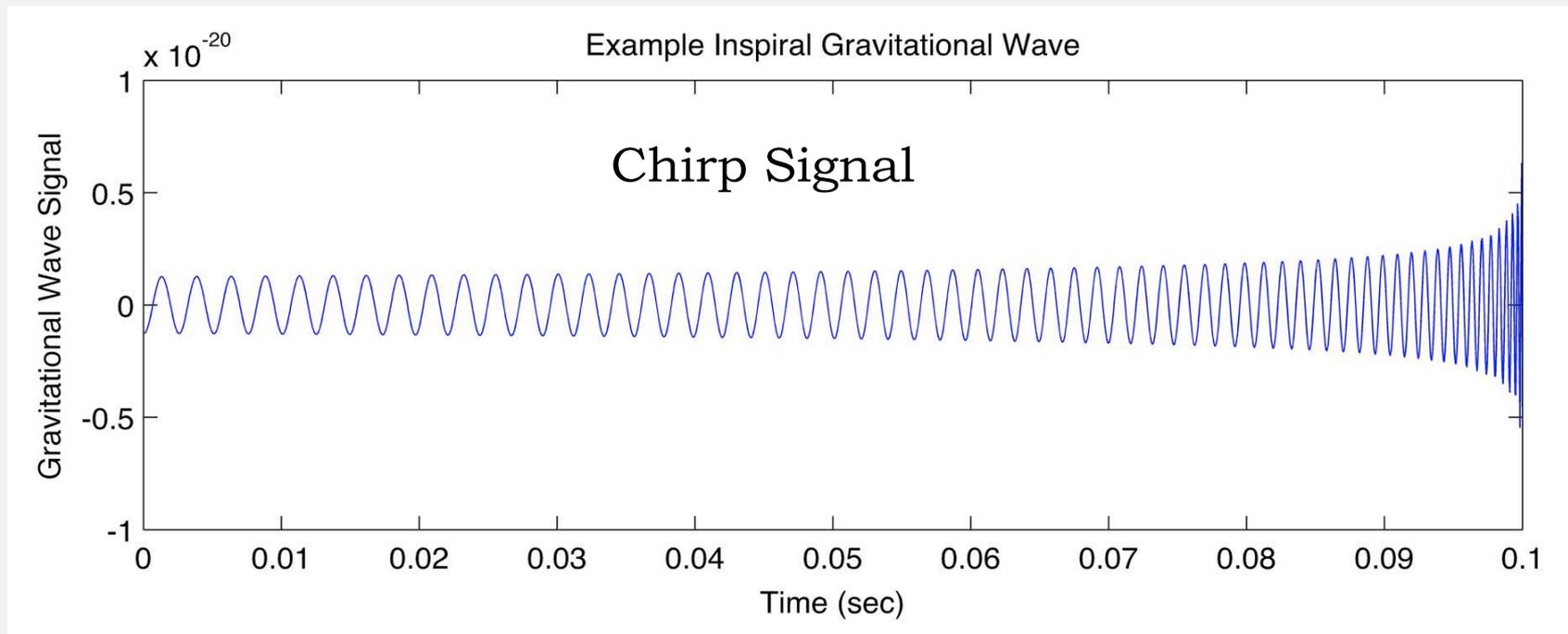
- コンパクト連星は
重力波の放射により，エネルギーと角運動量が減小
 - ➡ spiral orbit
 - ➡ 最終的に合体



(<http://www.ligo.org/science/GW-Inspiral.php>)

チャープ信号 chirp signal

- 振幅と周波数が，徐々に増大する重力波



準定常

- 軌道周期の変化率

$$\left| \frac{dP_b}{dt} \right| = 0.01 \left(\frac{M_c}{1.2M_\odot} \right)^{\frac{5}{3}} \left(\frac{P_b}{0.01\text{s}} \right)^{-\frac{5}{3}} = \frac{1}{N_c}$$

N_c : 軌道周期の変化が明確になるまでに何回公転するか

- 質量 $1.4M_\odot$ の2つの中性子星からなる連星 ($M_c = 1.2M_\odot$)
- 合体までの時間 $\tau_c \sim 0.3\text{ s}$
このとき軌道周期 $P_b \sim 0.01\text{ s}$ ($f_{\text{GW}} \sim 200\text{ Hz}$) $\rightarrow N_c \sim 100$

➤ spiral orbit は準定常

- $\tau_c \sim 1.5\text{ ms}$, $P_b \sim 1.3\text{ ms}$ ($f_{\text{GW}} \sim 1.5\text{ kHz}$) $\rightarrow N_c \sim 3$

このとき, 一般相対論的や潮汐力の効果で軌道は不安定

the innermost stable circular orbit (ISCO)

inspiral phase (ISCOまで)

- 合体するまで (ISCOまで) の時間

$$\tau_c = 2.2 \text{ s} \left(\frac{M_c}{1.2 M_\odot} \right)^{-\frac{5}{3}} \left(\frac{f_{\text{GW}}}{100 \text{ Hz}} \right)^{-\frac{8}{3}} = 2.2 \text{ s} \left(\frac{M_c}{1.2 M_\odot} \right)^{-\frac{5}{3}} \left(\frac{P_b}{0.02 \text{ s}} \right)^{\frac{8}{3}}$$

- ISCOまでに回転する回数

$$N_{\text{cyc}} = 340 \left(\frac{M_c}{1.2 M_\odot} \right)^{\frac{5}{3}} \left(\frac{f_{\text{GW}}}{100 \text{ Hz}} \right)^{-\frac{5}{3}} = 340 \left(\frac{M_c}{1.2 M_\odot} \right)^{\frac{5}{3}} \left(\frac{P_b}{0.02 \text{ s}} \right)^{\frac{5}{3}}$$

楕円軌道

- はじめ、公転軌道は楕円： 離心率 e

$$\frac{dE_{\text{GW}}}{dt} = \left(\frac{dE_{\text{GW}}}{dt} \right)_{e=0} \times f(e); \quad f(e) = \frac{1}{(1-e^2)^{7/2}} \left(1 + \frac{73}{24}e^2 + \frac{37}{96}e^4 \right)$$

- 重力波放射による軌道長半径 a と離心率の時間変化

$$\frac{da}{dt} = \left(\frac{da}{dt} \right)_{e=0} \times f(e) = -\frac{64}{5} \frac{G^3 \mu M^2}{c^5 a^3} f(e)$$

$$\frac{de}{dt} = -\frac{304}{15} \frac{G^3 \mu M^2}{c^5 a^4} \frac{e}{(1-e^2)^{5/2}} \left(1 + \frac{121}{304}e^2 \right)$$

離心率の減少

- $$\frac{da}{de} = \frac{12a}{19} \frac{1 + (73/24)e^2 + (37/96)e^4}{e(1 - e^2)[1 + (121/304)e^2]}$$

この微分方程式は、解析的に積分できる；

$$a(e) = c_0 g(e), \quad g(e) = \frac{e^{12/19}}{1 - e^2} \left(1 + \frac{121}{304} e^2 \right)^{870/2299}$$

c_0 : 初期値 $a=a_0$ when $e=e_0$ で決まる積分定数。

- e が十分小さいとき (e_0 は必ずしも小さい必要はない)

$$e \approx \left[\frac{a}{a_0} g(e_0) \right]^{19/12}$$

離心率の減少

$$e \approx \left[\frac{a}{a_0} g(e_0) \right]^{\frac{19}{12}}, \quad g(e_0) = \frac{e_0^{12/19}}{1 - e_0^2} \left(1 + \frac{121}{304} e_0^2 \right)^{\frac{870}{2299}}$$

- the Hulse-Taylor binary pulsar (PSR B1913+16)

現在 $a_0 \approx 2 \times 10^9$ m, $e_0 \approx 0.617$

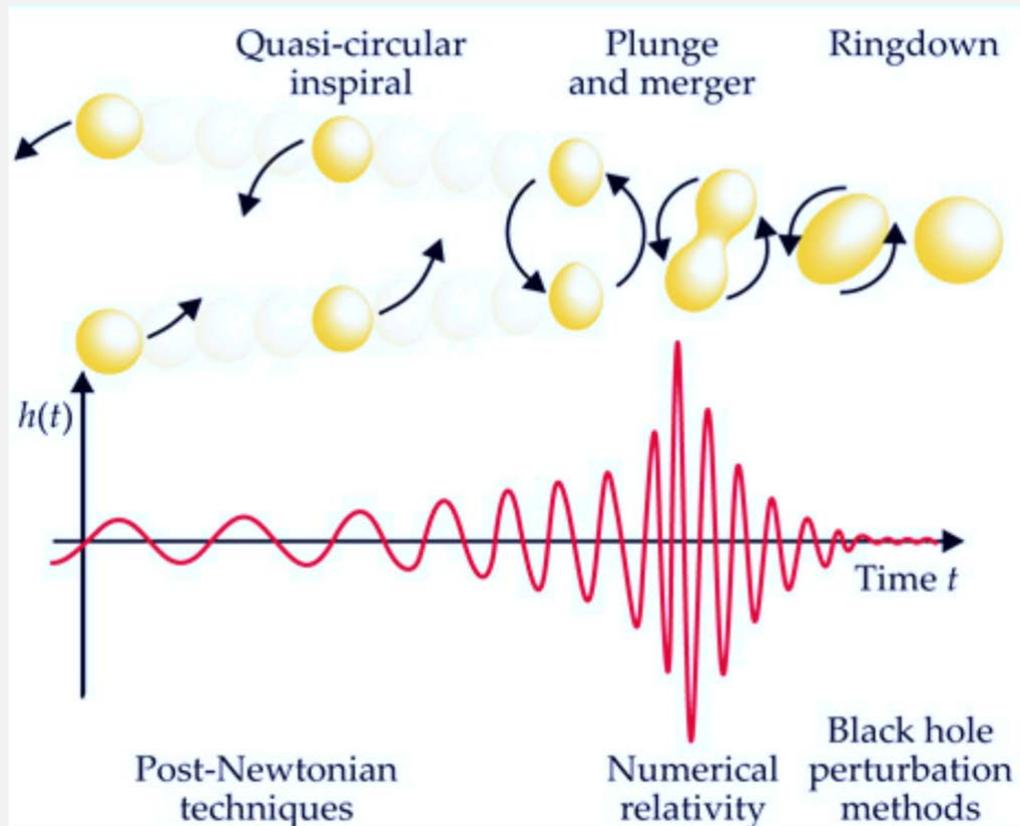
$a = O(100R_{\text{NS}}) \approx 10^3$ km; $f_b \approx 0.3$ Hz のとき

$\Rightarrow e \approx 6 \times 10^{-6}$

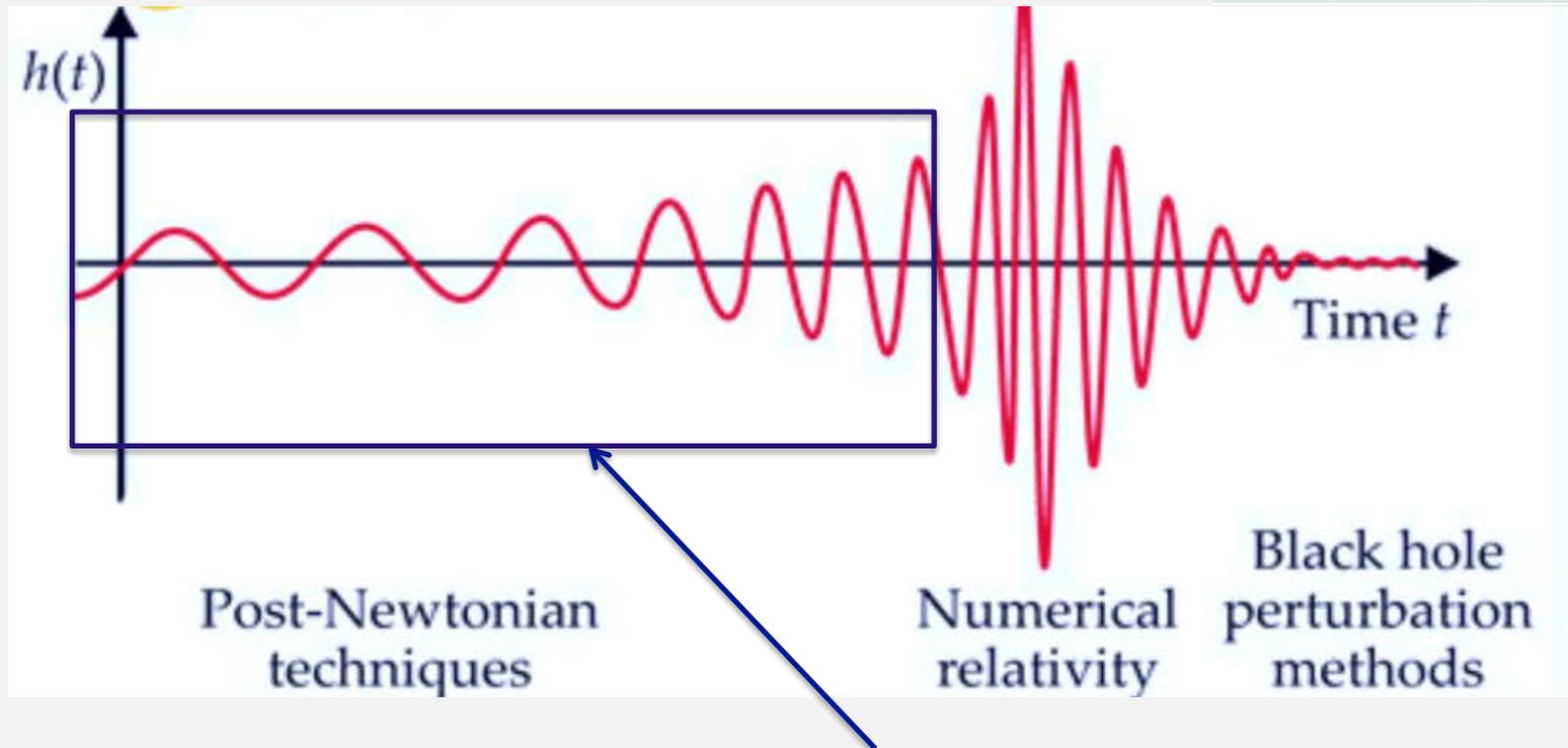
- 合体の前までに、離心率はほとんどゼロになる
= 合体のかなり前から**円軌道とみなせる**

CBCの3つのフェーズ

- 準定常らせん軌道フェーズ (inspiral phase)
- 合体 (merger phase)
- 合体後のBHまたはNS振動 (ringdown phase)



Inspirational Phase

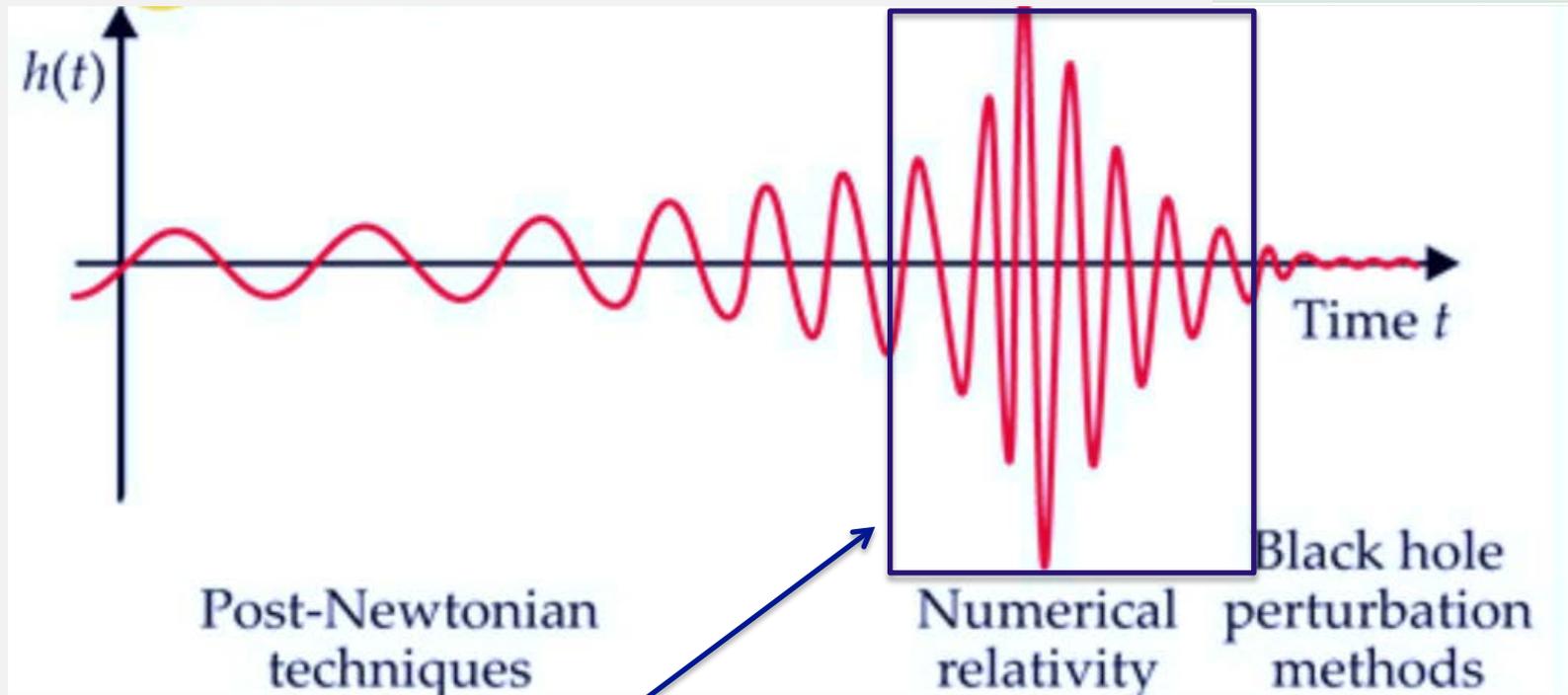


- inspiral phaseの重力波 = **chirp signal**
- 波形 (最低次) ← **quadrupole formula**
- + 高次の一般相対論的效果 (**post-Newtonian effects**)
および 多重極からの効果

chirp signal

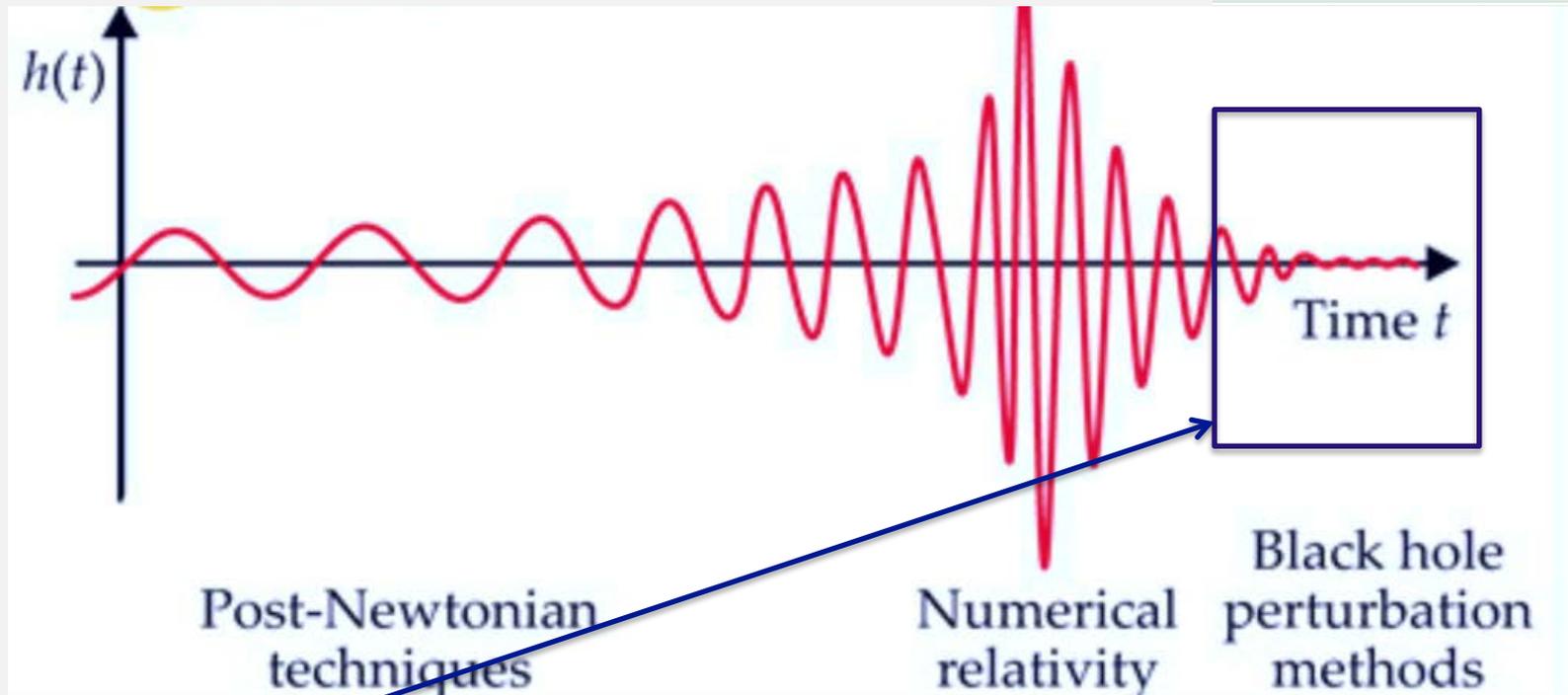
- inspiral phaseの重力波 (chirp signal) の波形は、かなり正確に予想可能。
- 大きなノイズの中から重力波信号を取り出すことが可能。
matched filter法

Merger Phase



- merger phase: **数值相対論**
- この（及びこのあとの）重力波からいろいろな物理
 - 中性子星物質の状態方程式 (EOS)
 - 電磁波観測との連携（ガンマ線バースト）
 - ニュートリノの放射

Ringdown Phase

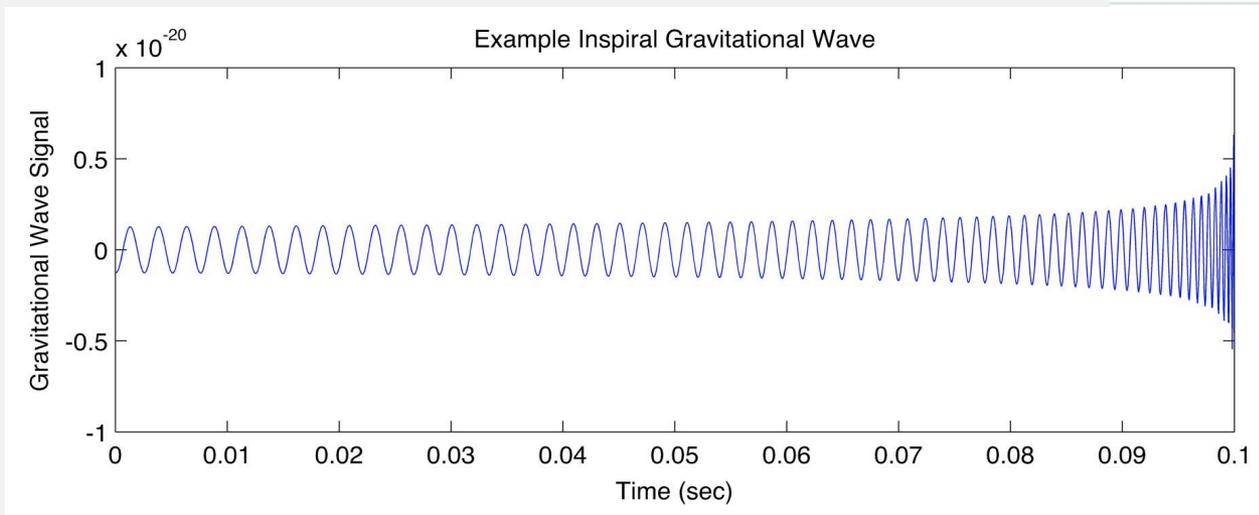


- 減衰振動
- hyper-massive NS の形成 → 中性子星物質の状態方程式
- BHの準固有振動
その振動数と減衰率 → BHの質量と自転角運動量

CBCからの重力波

- CBCからの重力波の振動数
 - NSs or stellar mass BHs:
 $f = 10 \sim 10^3 \text{ Hz}$ ($\lambda = 300 \sim 30,000 \text{ km}$)
 - supermassive BHs
 $f = 10^{-4} \sim 10^{-1} \text{ Hz}$ ($\lambda = 3 \times 10^6 \sim 3 \times 10^9 \text{ km}$)
0.02 ~ 20AU
 - ✧ 電波 $f > 30 \text{ kHz}$ ($\lambda < 10 \text{ km}$)
 - ✧ 音波(可聴域) $f = 20 \sim 20,000 \text{ Hz}$ ($\lambda = 1.5 \text{ cm} \sim 15 \text{ m}$)
- 観測装置の出力にスピーカーをつなぐと、CBCで放射される重力波の「音」を聴くことができる。

重力波の「音」



$$1.5 M_{\odot} + 1.5 M_{\odot}$$



$$100 M_{\odot} + 100 M_{\odot}$$



$$10 M_{\odot} + 10^6 M_{\odot}$$



$$10 M_{\odot} + 10^6 M_{\odot}; e = 0.97$$

<http://web.mit.edu/sahughes/www/sounds.html>

合体率 (merger rate)

- NS-NS 連星のmerger rate:
銀河系内で観測されているNS-NS連星のうち
約10億年以内に合体するものの数から推定
- 銀河円盤内に5個, 球場星団内に1個

PSR	$t_{\text{mrg}}/\text{Gyr}$	M_1/M_\odot	M_2/M_\odot	
J0737-3039	0.09	1.34	1.25	field (double PSR)
B2127+11C	0.22	1.36	1.38	cluster
J1906+0746	0.30	1.25	1.37	field
B1913+16	0.33	1.44	1.39	field
J1756-2251	1.7	1.39	1.18	field
B1534+12	2.7	1.33	1.35	field

event rates

- 1銀河あたりのmerger rate: $3 \sim 190 \times 10^{-6} \text{ yr}^{-1}$
- AdvLIGOで1年間に観測できる数: $7 \sim 400 \text{ yr}^{-1}$
(Kim et al. 2010)
- KAGRAでのevent rate : $\sim 20 \text{ yr}^{-1}$

不定性は非常に大きい

event rates

- BH-BH or BH-NS 連星は，これまでに観測されていない。
- 合体率は，コンパクト連星の進化モデルから推定
(NS-NSを含む)

いろいろなモデルで推定した AdvLIGOのevent rate
数字は，もっとも楽観的な値。括弧内は，一番もっともらしい値。

Model	NS-NS	BH-NS	BH-BH	comments
S	3.9 (1.3)	9.7 (5.1)	7993.4 (518.7)	standard
V5	3.9 (1.3)	9.4 (4.8)	8057.8 (533.7)	$M_{\text{NS,max}} = 3 M_{\odot}$
V6	3.9 (1.3)	9.3 (4.7)	8041.7 (523.6)	$M_{\text{NS,max}} = 2 M_{\odot}$
V7	5.0 (1.5)	14.8 (8.3)	8130.1 (574.2)	half NS kicks
V8	3.9 (1.3)	1.2 (0.3)	172.2 (14.0)	high BH kicks
V9	3.9 (1.3)	11.8 (6.7)	8363.6 (654.9)	no BH kicks
V10	5.2 (1.7)	5.7 (4.9)	7762.7 (487.0)	delayed SN
V11	3.9 (1.1)	10.5 (6.3)	12434.4 (888.1)	low winds
V12	11.7 (0.8)	7.6 (5.8)	8754.6 (275.3)	RLOF: conservative
V13	3.7 (0.9)	76.9 (62.1)	1709.6 (966.1)	RLOF: non-conservative

(Belczynski 2013)

event rates

- event rates for CBC with AdvLIGO

	N_{low} yr^{-1}	N_{re} yr^{-1}	N_{high} yr^{-1}
NS-NS	0.4	40	400
NS-BH	0.2	10	300
BH-BH	0.4	20	1000

(Adadie et al. 2010)

左から、もっとも悲観的、現実的、楽観的な値。

445Mpc for NS-NS

927Mpc for NS-BH

2187Mpc for BH-BH

CBCからの重力波を観測できると・・・

- 重力波の観測は、
物理学や宇宙物理学に対して新しい窓を開く。
- 最も重要なことは、
動的重力 (dynamical gravity) の理論の検証
アインシュタインの重力理論 or 他の重力理論？
 - その存在は、間接的には証明されている
(連星パルサー, BICEP)
 - エネルギーや角運動量の放射率 (連星パルサー)
でも、**実際にとらえてみないと分からないことがある。**
- 波形 (振幅や周波数時間変化, フーリエ成分)
- 単極放射や双極放射はあるか？
- 重力子振動？ (cf. ニュートリノ振動)

重力波波形から分かること

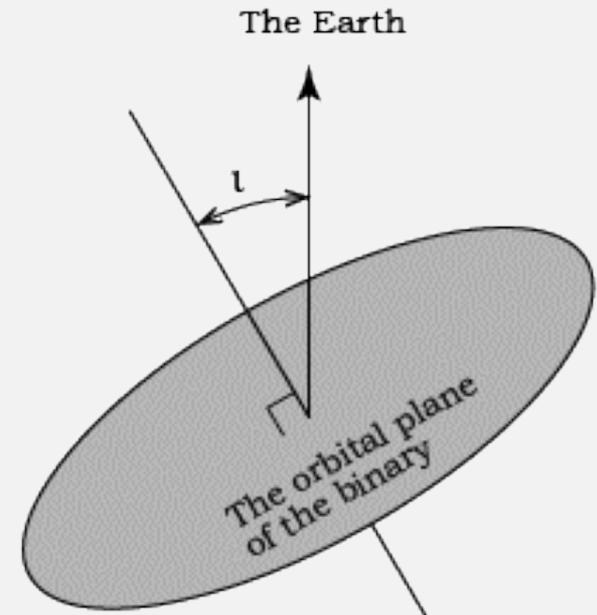
- 波形はコンパクト連星の合体の様子を反映している。
 - 中性子星物質の状態方程式（数値相対論の結果と比較）
- 重力波の周波数の変化から重力波源までの距離が分かる。
 - 遠方の天体（銀河）までの距離を測るのは容易ではない。
 - 距離ばしご（電磁波による観測; standard candle）
 - 重力波の観測から、これまでの「距離ばしご」と全く異なる手法で距離が測れる。

Chirp Signals as Standard Sirens

- B. Schutz (1986): CBCのchirp signalを使って、重力波源の距離を測定できる。
- **standard sirens**: cf. 電磁波による天文学の standard candles
- GW from CBC:

$$h_+(t) = \frac{A}{r} \left(\frac{\pi f_{\text{gw}}(\tau)}{c} \right)^{2/3} \frac{1 + \cos^2 \iota}{2} \cos \Phi(\tau)$$

$$h_\times(t) = \frac{A}{r} \left(\frac{\pi f_{\text{gw}}(\tau)}{c} \right)^{2/3} \cos \iota \sin \Phi(\tau)$$



軌道傾斜角(inclination) ι の影響を含む

inclination: the angle between the line of sight and the direction normal to the orbit

Chirp Signal

$$h_{+}(t) = \frac{A}{r} \left(\frac{\pi f_{\text{gw}}(\tau)}{c} \right)^{2/3} \frac{1 + \cos^2 \iota}{2} \cos \Phi(\tau)$$

$$h_{\times}(t) = \frac{A}{r} \left(\frac{\pi f_{\text{gw}}(\tau)}{c} \right)^{2/3} \cos \iota \sin \Phi(\tau)$$

where

$$A = 4 \left(\frac{GM_c}{c^2} \right)^{5/3}$$

$$f_{\text{gw}}(\tau) = \frac{1}{\pi} \left(\frac{5}{256\tau} \right)^{3/8} \left(\frac{GM_c}{c^2} \right)^{-5/8}$$

$$\Phi(\tau) = \int_{\tau}^{\tau_0} 2\pi f_{\text{gw}}(\tau) d\tau = -2 \left(\frac{5GM_c}{c^2} \right)^{-5/8} \tau^{5/8} + \Phi_0$$

$\tau = t_{\text{coal}} - t$; t_{coal} : time at coalescence

Standard Siren

$$\dot{f}_{\text{gw}} = \frac{96}{5} \pi^{8/3} \left(\frac{GM_c}{c^3} \right)^{5/3} f_{\text{gw}}^{11/3}$$

- **The chirp mass M_c** \longleftarrow 観測値 f_{GW} and \dot{f}_{GW}

$$h_+(t) = \frac{A}{r} \left(\frac{\pi f_{\text{gw}}(\tau)}{c} \right)^{2/3} \frac{1 + \cos^2 \iota}{2} \cos \Phi(\tau), \quad h_\times(t) = \frac{A}{r} \left(\frac{\pi f_{\text{gw}}(\tau)}{c} \right)^{2/3} \cos \iota \sin \Phi(\tau)$$

- h_+ and h_\times \longrightarrow **the distance r** と **the inclination ι** がわかる。

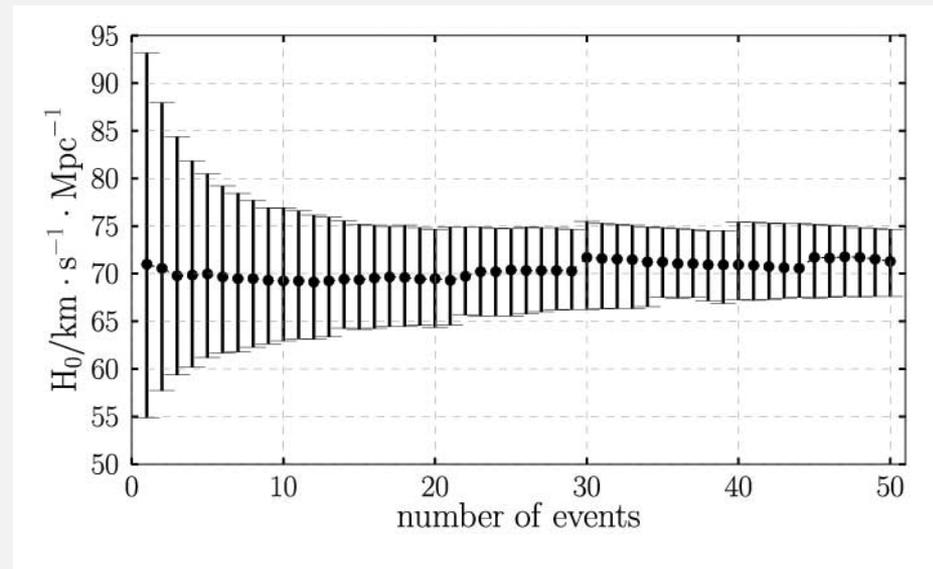
- 宇宙論的距離の連星では

$$M_c \longrightarrow (1+z) M_c; \quad f_{\text{gw}} \longrightarrow f_{\text{gw}} / (1+z) \quad (z: \text{連星の赤方偏移})$$

the distance $r \longrightarrow$ **the luminosity distance $D_L(z)$.**

Measurement of H_0

- GW observation \longrightarrow **the luminosity distance**
independently of the distance ladder
- Uniquely clean and powerful way to measure the Hubble constant H_0
- Need redshift of the source
- Short gamma-ray bursts = binary NS-NS mergers:
 - determine H_0 within $\sim 3\%$ (D. Holz 2012)



期待される重力波源 (1)

● 突発的重力波源

➤ コンパクト連星の合体

(Compact Binary Coalescence = CBC)

中性子星(NS)やブラックホール(BH)の2重星

- NS-NS, NS-BH, BH-BH

➤ 星の重力崩壊

超新星爆発 (Supernova = SN)

➤ パルサー・グリッチ

パルサー (中性子星) の自転速度が突発的に速くなる

➤ 宇宙紐のカスポ, キンク

期待される重力波源 (1)

● 突発的重力波源

➤ コンパクト連星の合体

(Compact Binary Coalescence = CBC)

中性子星 (NS) やブラックホール (BH) の2重星

バースト的重力波

NS-NS, BH-BH

➤ 星の重力崩壊

超新星爆発 (Supernova = SN)

➤ パルサー・グリッチ

パルサー (中性子星) の自転速度が突発的に速くなる

➤ 宇宙紐のカस्प, キンク

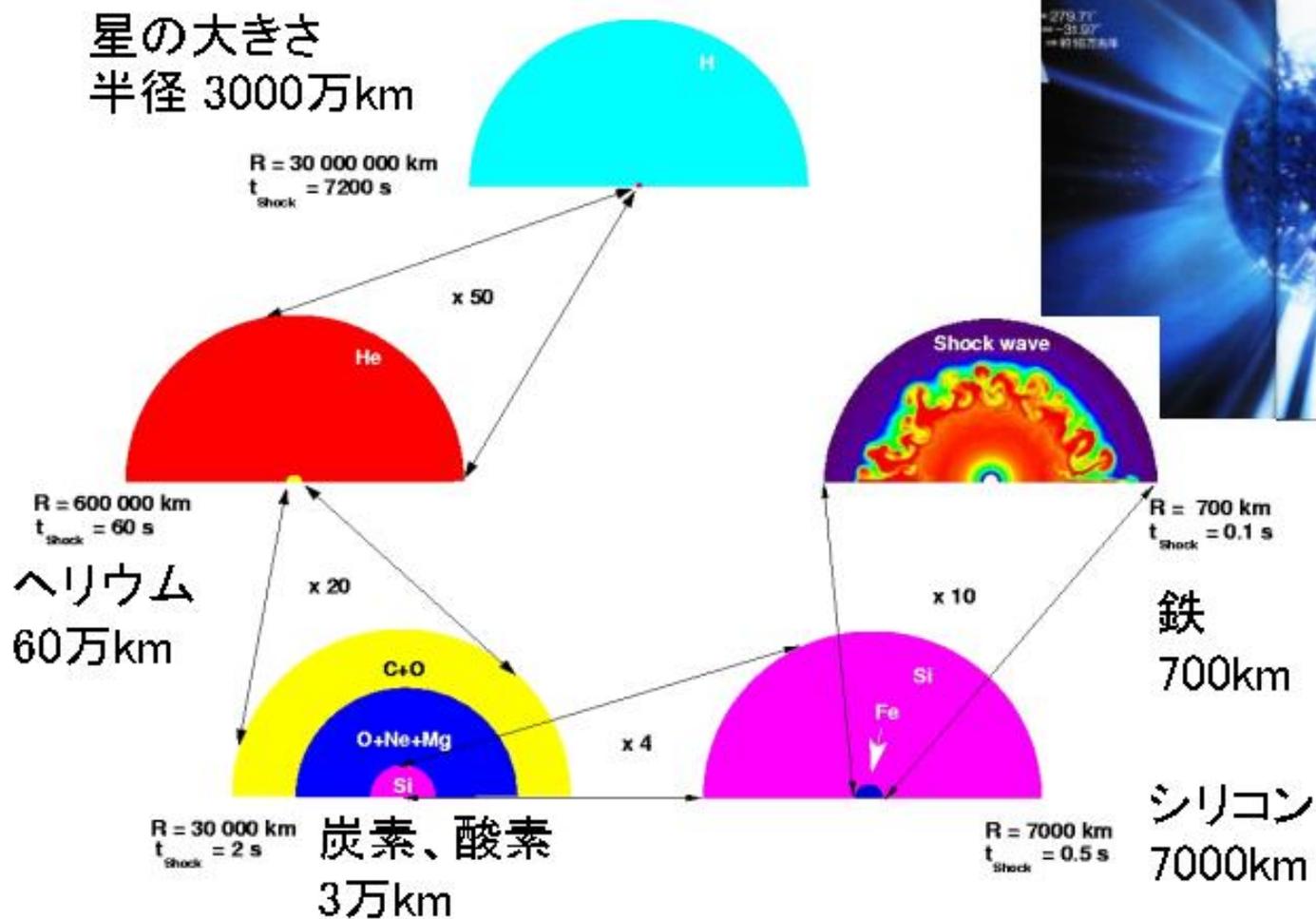
超新星爆発

- 超新星爆発

重力崩壊 (core collapse) 型超新星
(Ib, Ic, II型の超新星)

- $M \geq 8M_{\odot}$ の星は、進化の最終段階で不安定になる。
 - O+Ne+Mgコア中での電子捕獲
 - 鉄コアの崩壊 ($^{56}\text{Fe} \rightarrow 13\ ^4\text{He} + 4\text{n}$)
→ 圧力の低下により重力崩壊 (爆縮)
- 密度が上昇して、逆ベータ崩壊 ($p + e^- \rightarrow n + \nu_e$)
- 中性子の縮退圧で収縮が急激に止まる。
- 衝撃波が発生して、外側を吹き飛ばす。

超新星爆発 —それは星のごく中心で起こる—



超新星残骸

M 1 (かに星雲)

Nov. 18, 1995 23h43m~25h22m(JST)

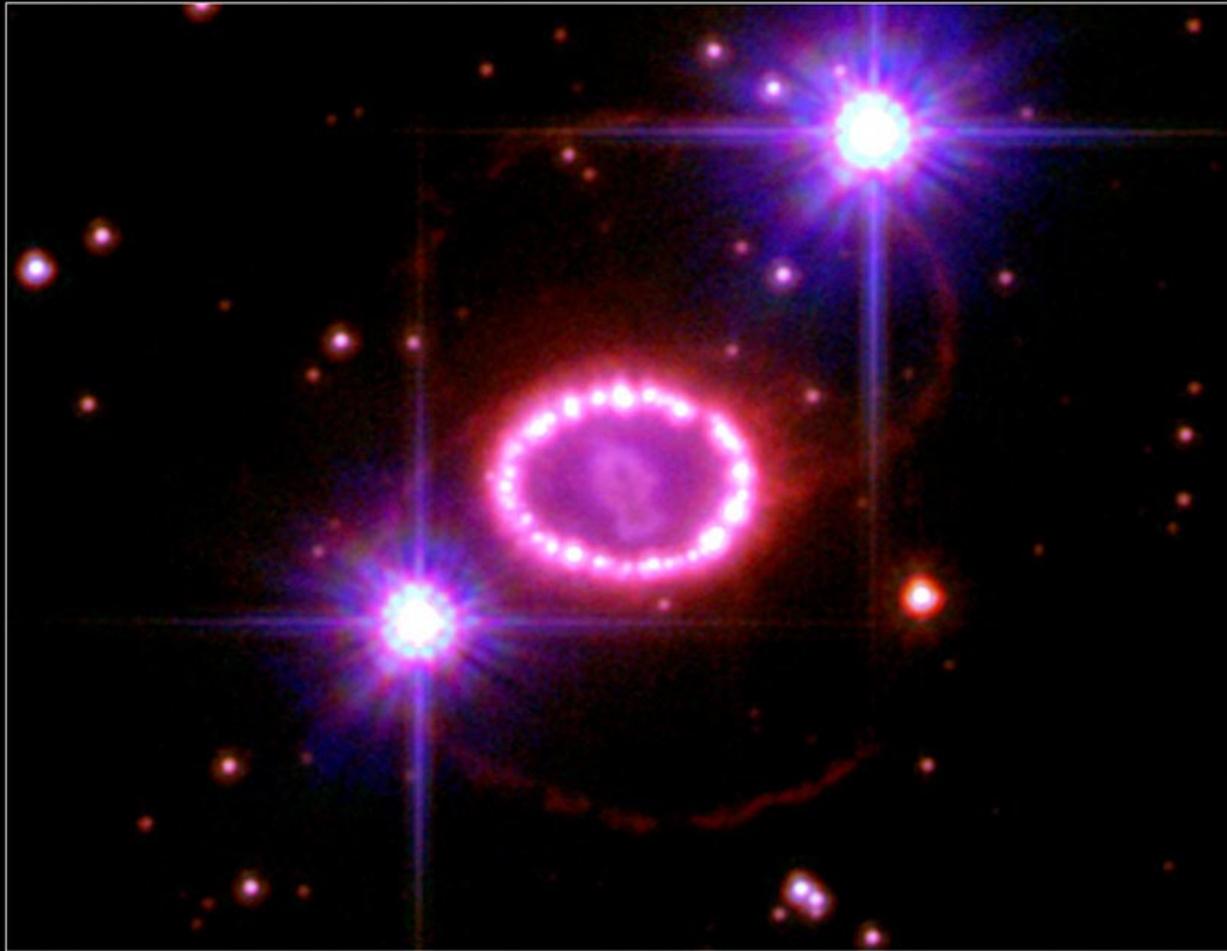


口径50cmカセグレン式反射望遠鏡 (F12), 液体窒素冷却CCDカメラ (Astromed 3200シリーズ)
露出時間: RGB各24分, フィルタ: Rバンド, Vバンド, B-460, 3色分解撮像カラー合成

SN1054

H. Fukushima 国立天文台 広報普及室

SN1987A



Supernova 1987A • December 2006
Hubble Space Telescope • Advanced Camera for Surveys

ベテルギウス Betelgeus

- もうすぐ爆発しそう

- 太陽系外で初めて半径が測られた星 (1920)
脈動している (周期的に膨張-収縮)

$$M = 7.7 \sim 20 M_{\odot}, \quad R = 950 \sim 1200 R_{\odot}$$

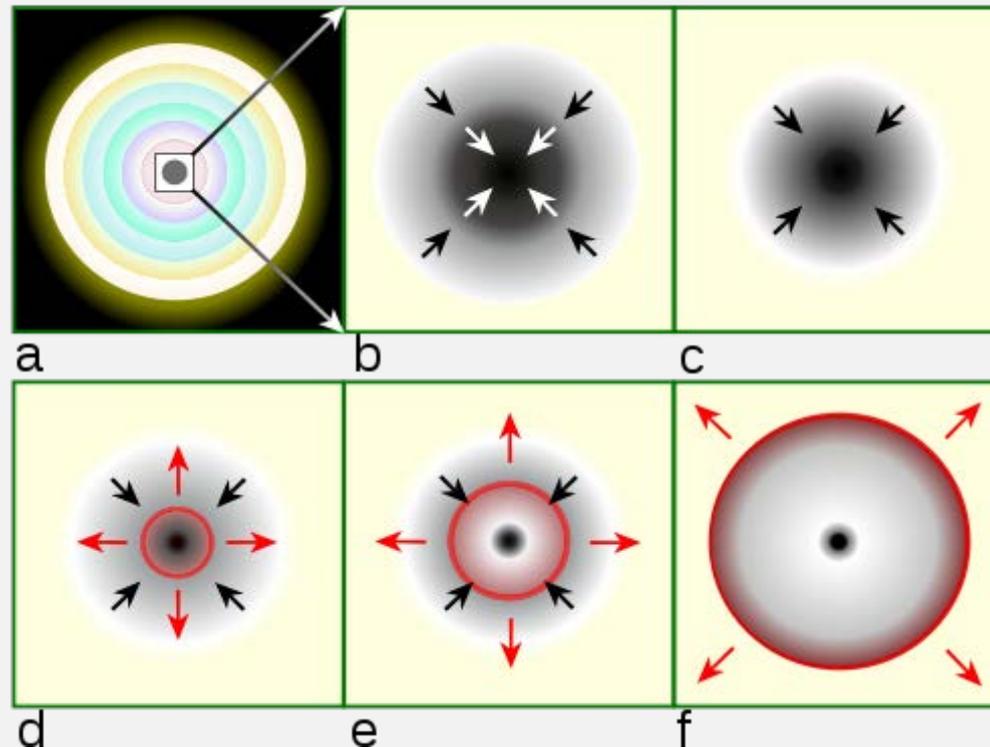
$$D = 197 \pm 45 \text{pc} \quad (643 \pm 146 \text{光年})$$

- もうすぐ超新星爆発しそう？
(~ 100 万年以内)
Type II SN



超新星爆発と重力波

- 爆発のメカニズムは、単純ではない。
数値シミュレーション
 - 最初の衝撃波だけでは、外層部吹き飛ばせない。
 - ニュートリノが重要 (delayed explosion)
 - 星の自転, 非球対称・非軸対称性



超新星爆発と重力波

- 爆発のメカニズムは，単純ではない。
数値シミュレーション
 - 最初の衝撃波だけでは，外層部吹き飛ばせない。
 - ニュートリノが重要（delayed explosion）
 - 星の自転，磁場，非球対称・非軸対称性

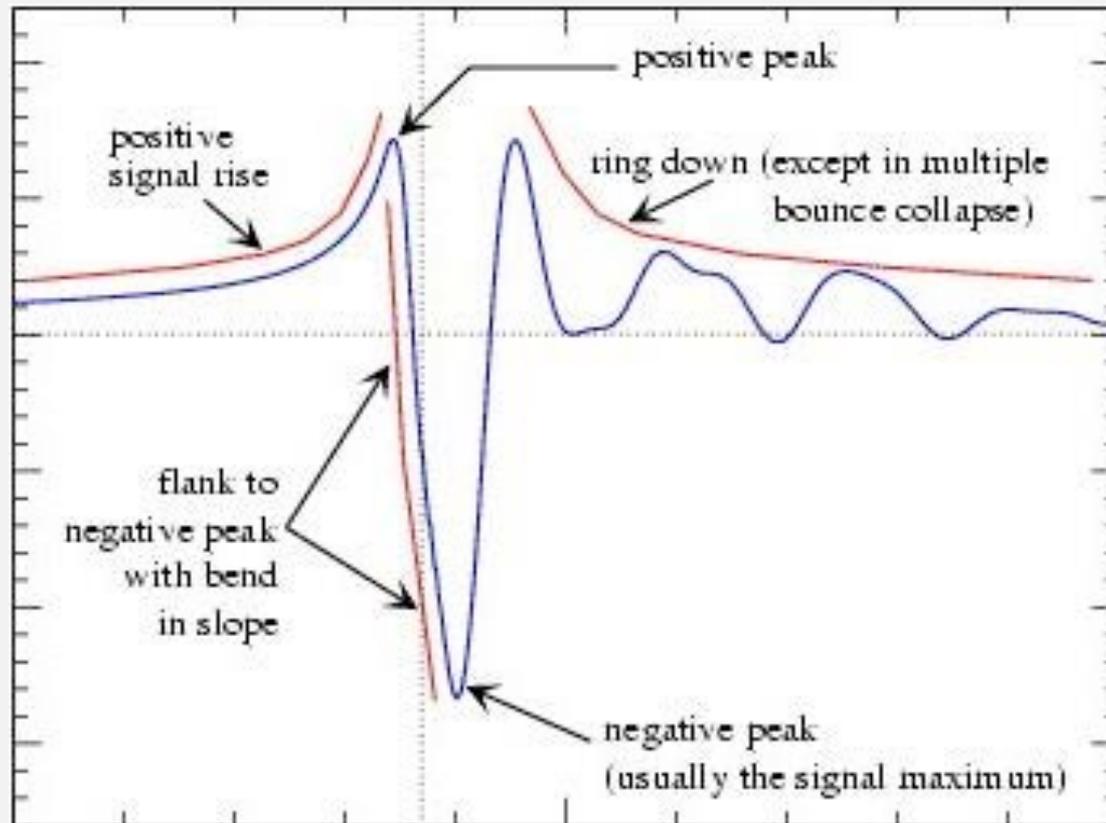
超新星の際の重力波放射

- 重力波の放射メカニズム
 - 中心部の重力崩壊とバウンス
 - 原始中性子星の中やその周りの対流
 - 対流による不安定性
 - 原始中性子星の
 - 回転不安定性（バー・モード不安定性）
棒状の構造が回転
 - r-mode 不安定性（non-radial pulsation）
 - ニュートリノの非等方性放射(anisotropic emission)

超新星爆発と重力波

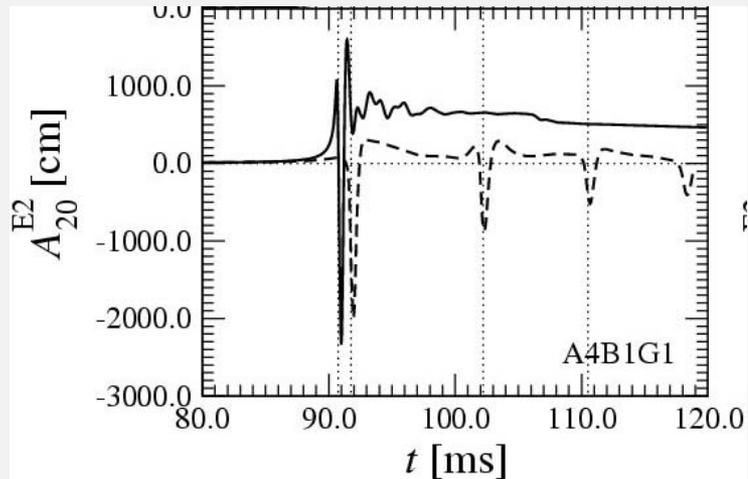
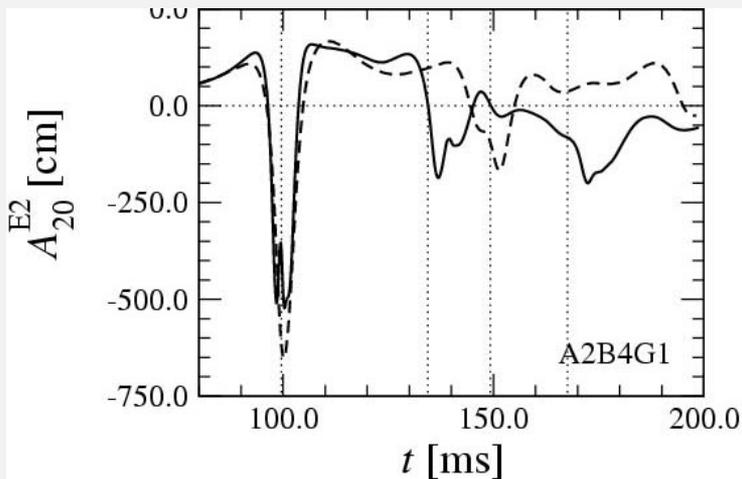
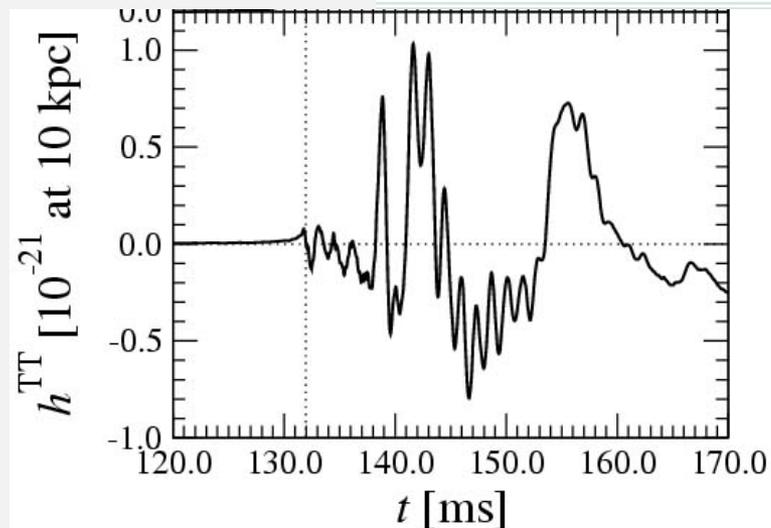
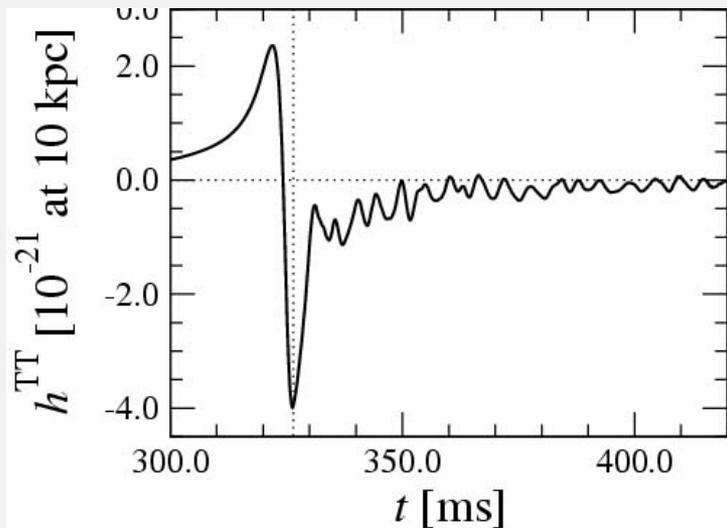
- 超新星爆発からの重力波の波形予測は容易でない。
 - 初期条件（爆発前の星の性質）
 - unknown micro-physics（EOS, ニュートリノ輸送）
- データ解析に matched filter法は使えない。

超新星爆発の際の重力波波形

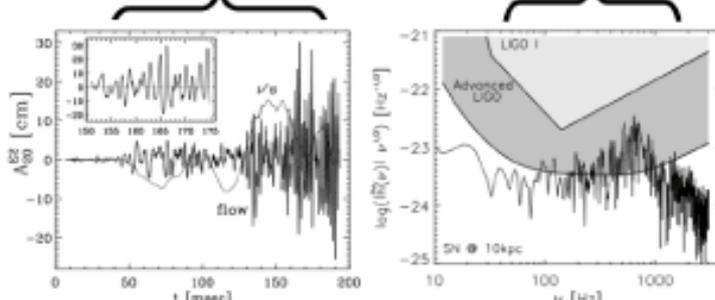
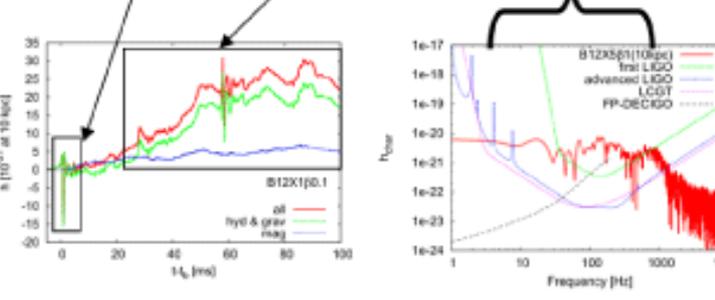
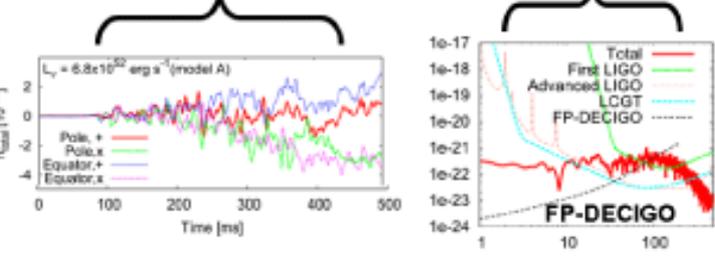
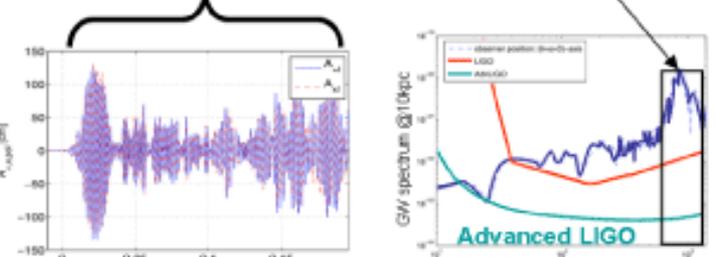


http://www.mpa-garching.mpg.de/rel_hydro/wave_catalog.shtml

超新星爆発の際の重力波波形



超新星爆発メカニズムと重力波波形

Model Dim.	Candidate Explosion Mechanism	
	Neutrino-driven mechanism (slow/no rotation)	MHD mechanism (rapid rotation/large B fields)
	SASI & Convection	Bounce & MHD Outflows
2D	<p data-bbox="289 485 985 542">“stochastic” and broad-band signal</p> 	<p data-bbox="1062 485 1758 542">“Bounce with “tail” broad-band signal</p> 
	SASI & Convection	Non-axisymmetric Instabilities
3D	<p data-bbox="289 978 985 1035">“stochastic” and broad-band signal</p> 	<p data-bbox="1062 978 1758 1035">“Long-lasting” narrow-band signal</p> 

超新星爆発重力波の大きさ

- 振幅（銀河中心で 8.5 kpc）

$$h_{\text{rss}} \approx 10^{-22} \sim 10^{-21} \text{ Hz}^{-1/2}, \quad h_{\text{rss}} \equiv \sqrt{\int |h(t)|^2 dt}$$

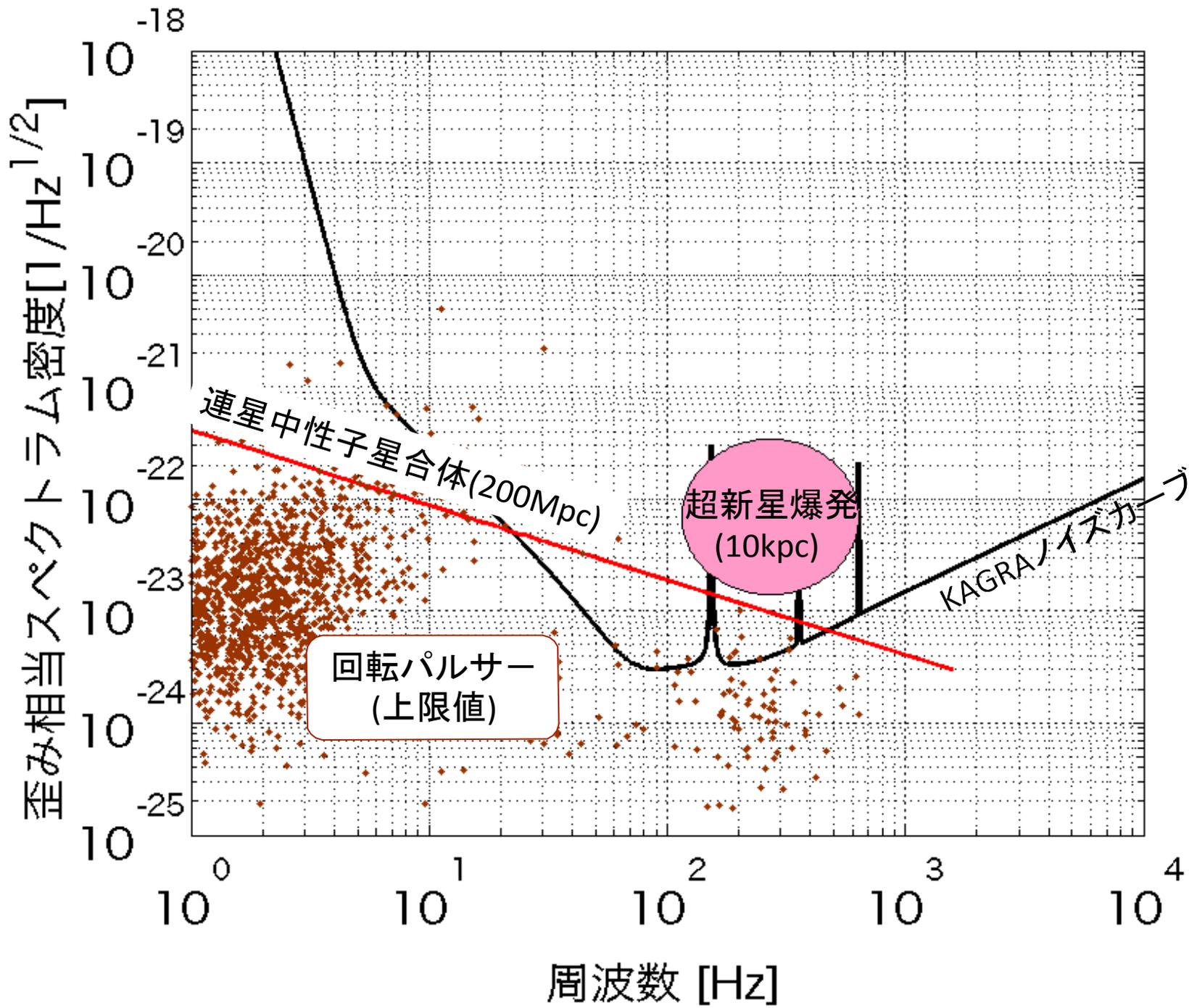
- 放射エネルギー

$$E_{\text{toto}} \approx 10^{-9} \sim 10^{-5} M_{\odot} c^2 = 10^{45} \sim 10^{49} \text{ erg}$$

cf.

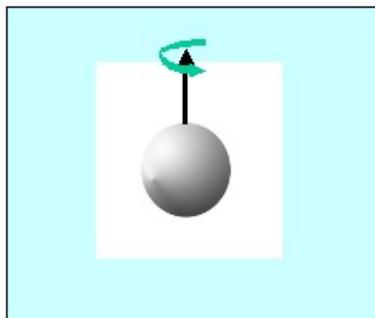
- SNで解放される全エネルギー $\sim 10^{53} \text{ erg}$
- 放出される物質の運動エネルギー $\sim 10^{51} \text{ erg}$
- 輻射エネルギー $\sim 10^{49} \text{ erg}$

全エネルギーの99%はニュートリノ

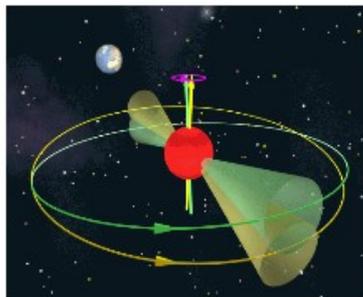


連続波

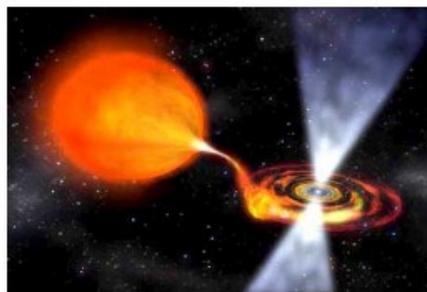
- 非軸対称の物体が回転していると
（ほぼ定常的に）長期間重力波が放射される → 連続波
- 主な重力波源：高速に回転している中性子星（パルサー）



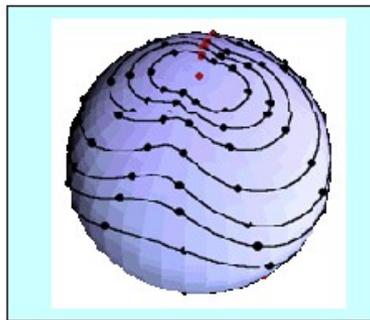
Mountain on a star



Wobbling star



Accreting star



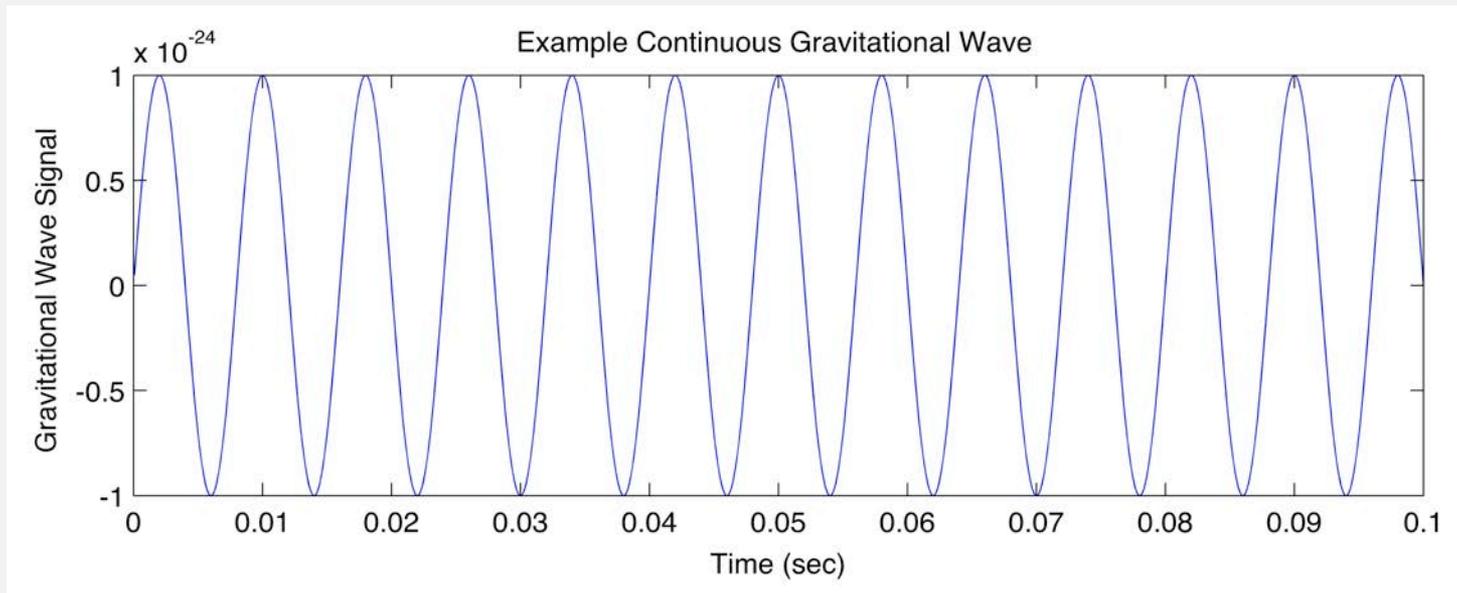
Oscillating star

(伊藤洋介, 理論懇2013)

連続波

- 特徴：

- 波形は、正弦波。
- 振幅は小さいが、長期間の積分が可能。



A. Stuver/LIGO

<http://www.ligo.org/science/GW-Continuous.php>

連続波

- 重力波の振幅

$$h = \frac{16\pi G}{c^4} \frac{\varepsilon Q_{zz} f^2}{D}$$
$$= 4 \times 10^{-27} \left(\frac{\varepsilon}{10^{-7}} \right) \left(\frac{Q_{zz}}{10^{45} \text{ g} \cdot \text{cm}^2} \right) \left(\frac{f}{100 \text{ Hz}} \right) \left(\frac{D}{1 \text{ kpc}} \right)^{-1}$$

D : 重力波源までの距離

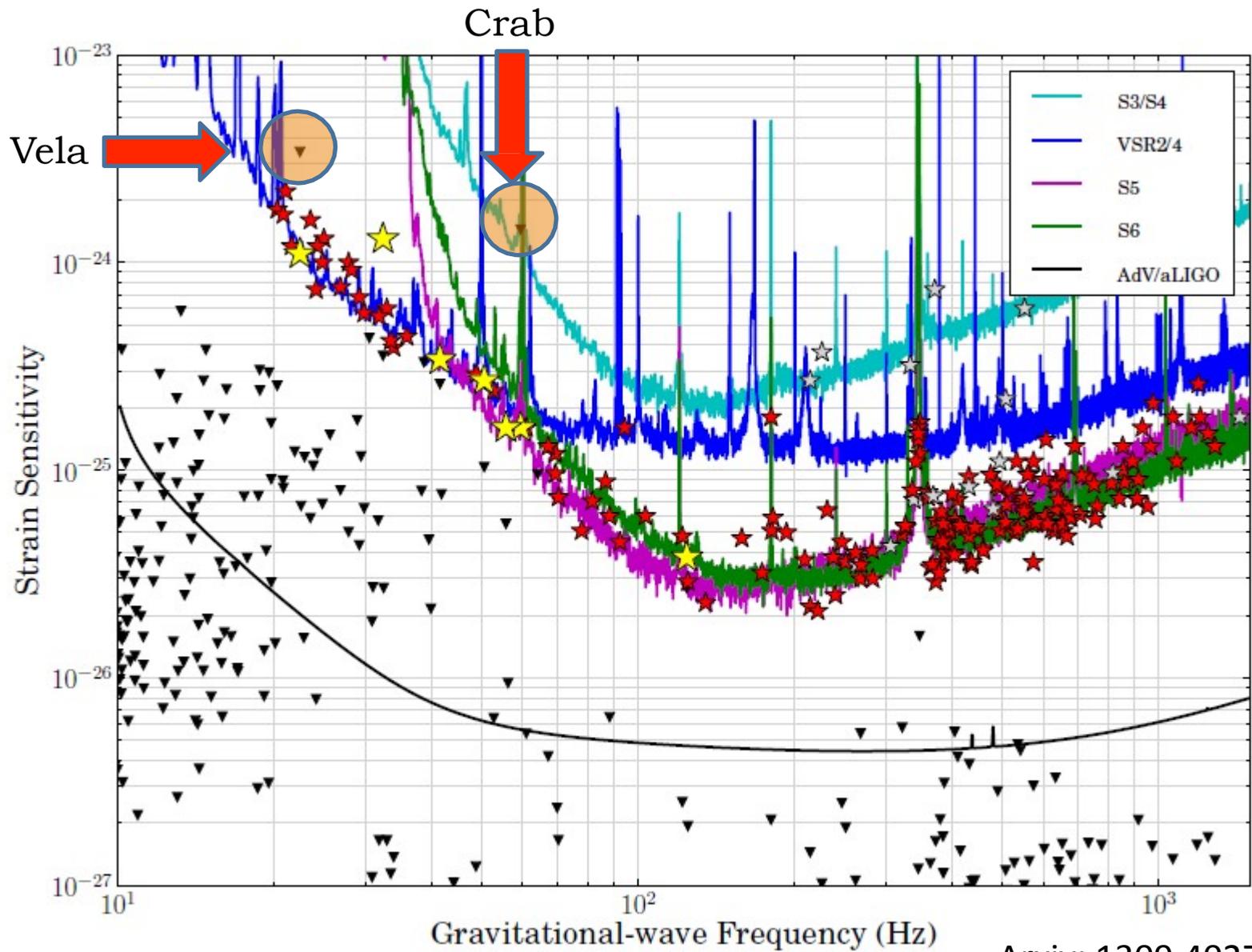
非軸対称性 $\varepsilon = (Q_{xx} - Q_{yy}) / Q_{zz}$

(中性子の表面に高さ1mmの山 $\rightarrow \varepsilon \sim 10^{-7}$)

連続波の上限値

- 重力波の放射：
 - 角運動量を失う → パルサーはスピンドアウン
- 電磁波の放射でもスピンドアウンをするが
(連星系では、質量降着によりスピニアップもある)
 - 観測されているスピンドアウンがすべて
重力波の放射によるものとする → 上限値

Crab Pulsar の場合： $h < 1.4 \times 10^{-24}$



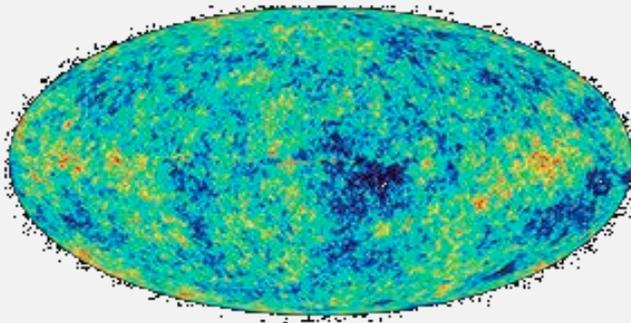
Arxiv: 1309.4027

連続波の探査

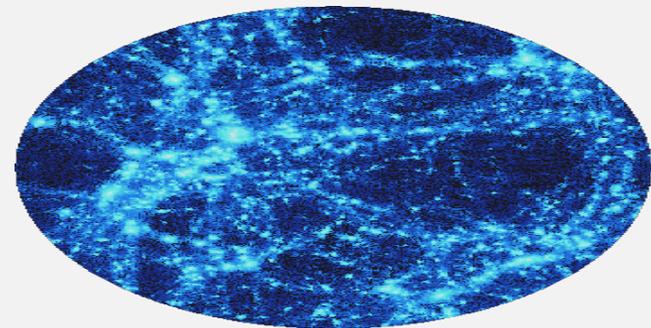
- 波形はよく分かっている → マッチド・フィルター
- 周波数帯域が狭い
- ✓ 非常に長い時間の積分が必要（何年間も）
- ✓ その間の地球の自転の運動
- ✓ パルサーのスピンダウンと固有運動の影響
- 未知の中性子星からの重力波
 - ビームが地球の方向を向いていないので、電波パルスは観測されない。

stochastic waves

- 全天から定常的にやってくるランダムな波
 - 初期宇宙：インフレーション，相転移，宇宙紐
 - いろいろな天体現象で放射される重力波の重ね合わせ
 - 第1世代星(Pop III)からの重力波



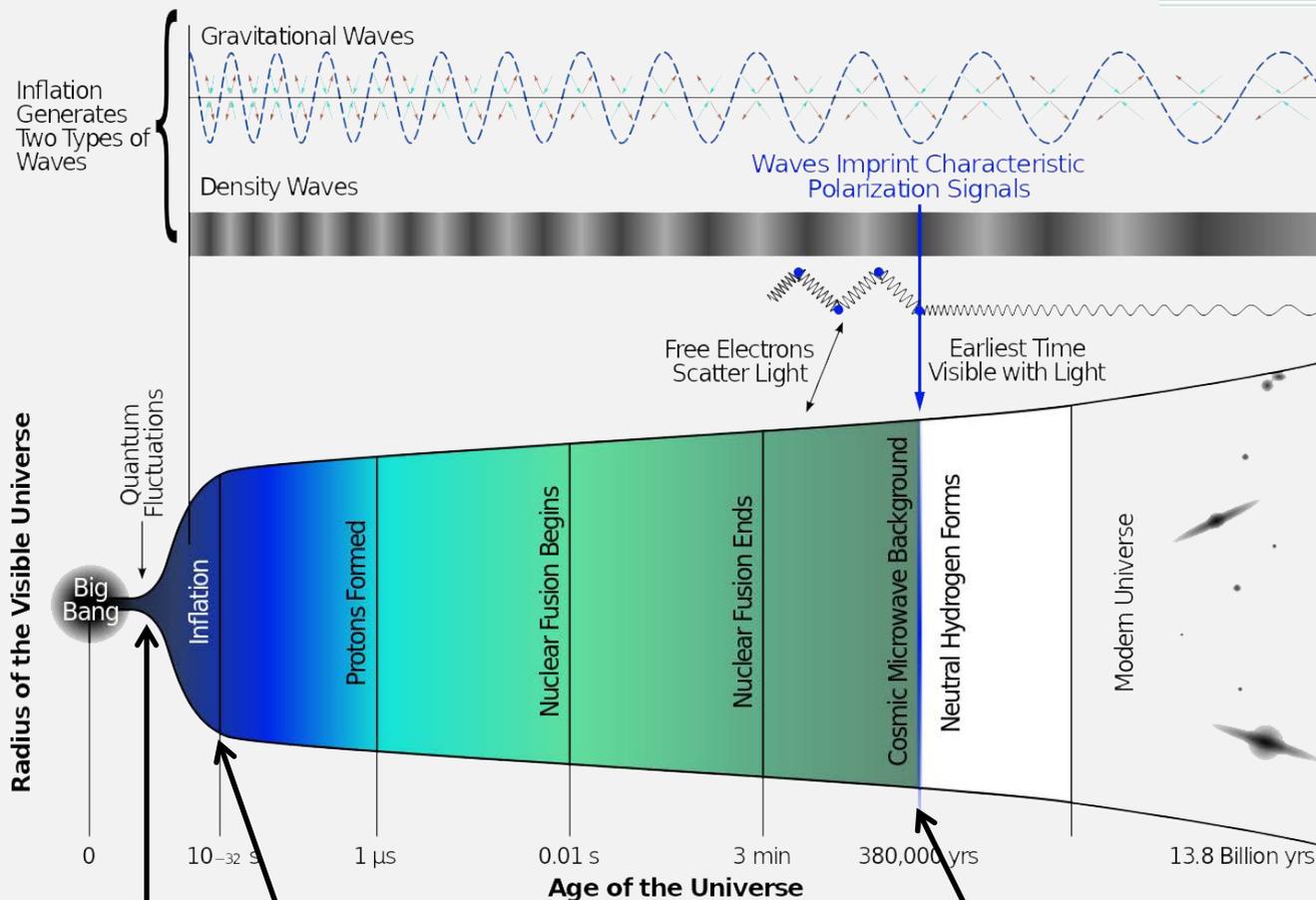
宇宙背景輻射 CMB



宇宙背景重力波

宇宙背景重力波

History of the Universe



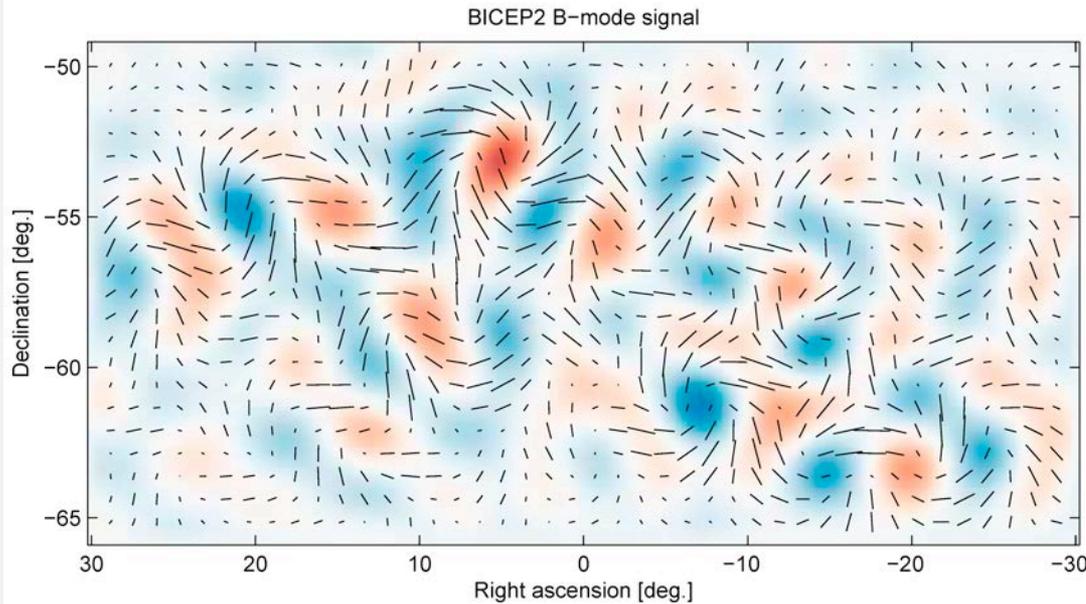
インフレーション 10^{-32} s

CMB 38万年

Planck time: $t_p = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^5}} = 5.4 \times 10^{-44}$ s

宇宙背景重力波

- 背景重力波がCMBを歪ませる。→ b-mode偏光
(渦状のパターン)

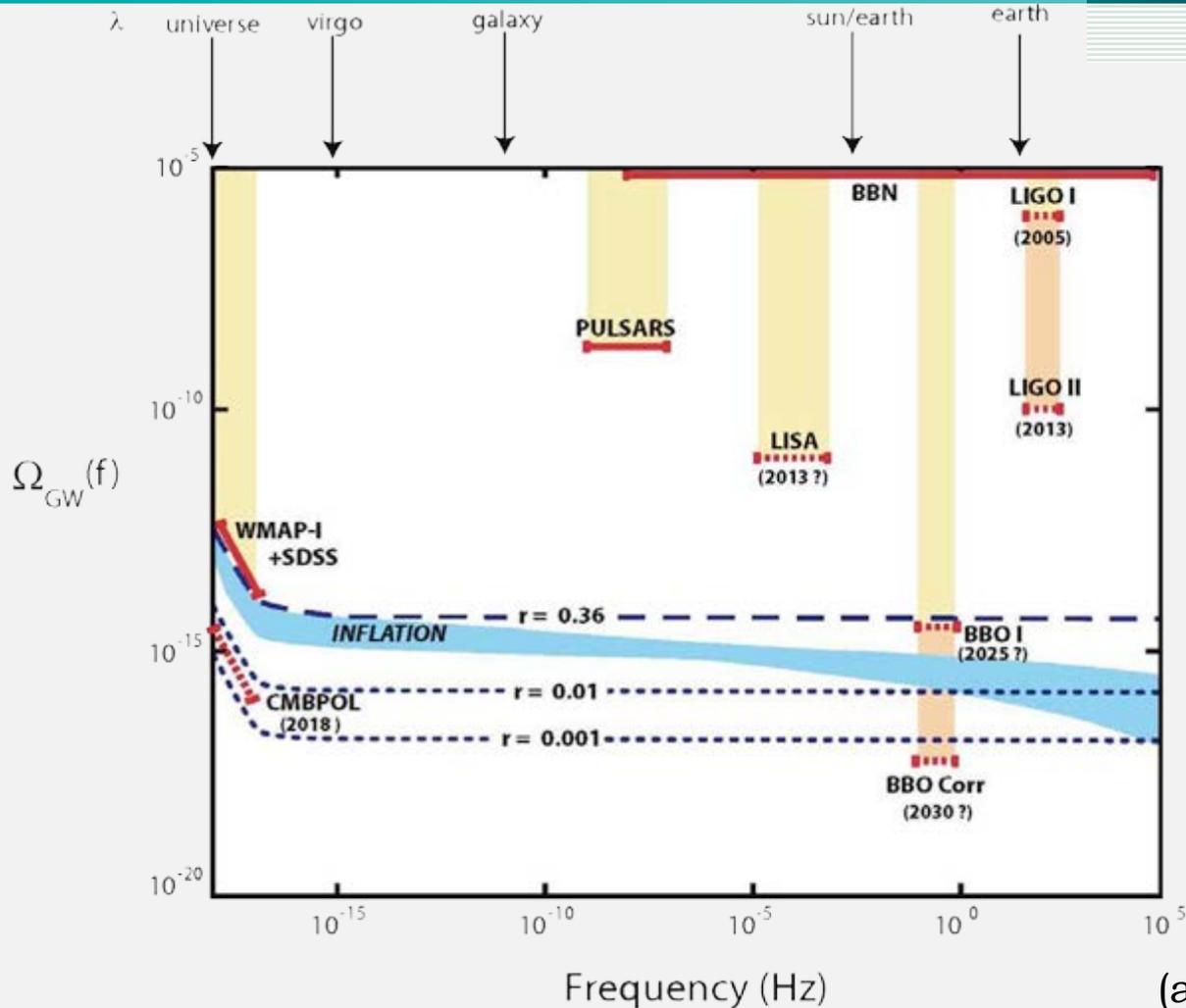


<http://bicepkeck.org/visuals.html>



BICEP2

背景重力波のスペクトル



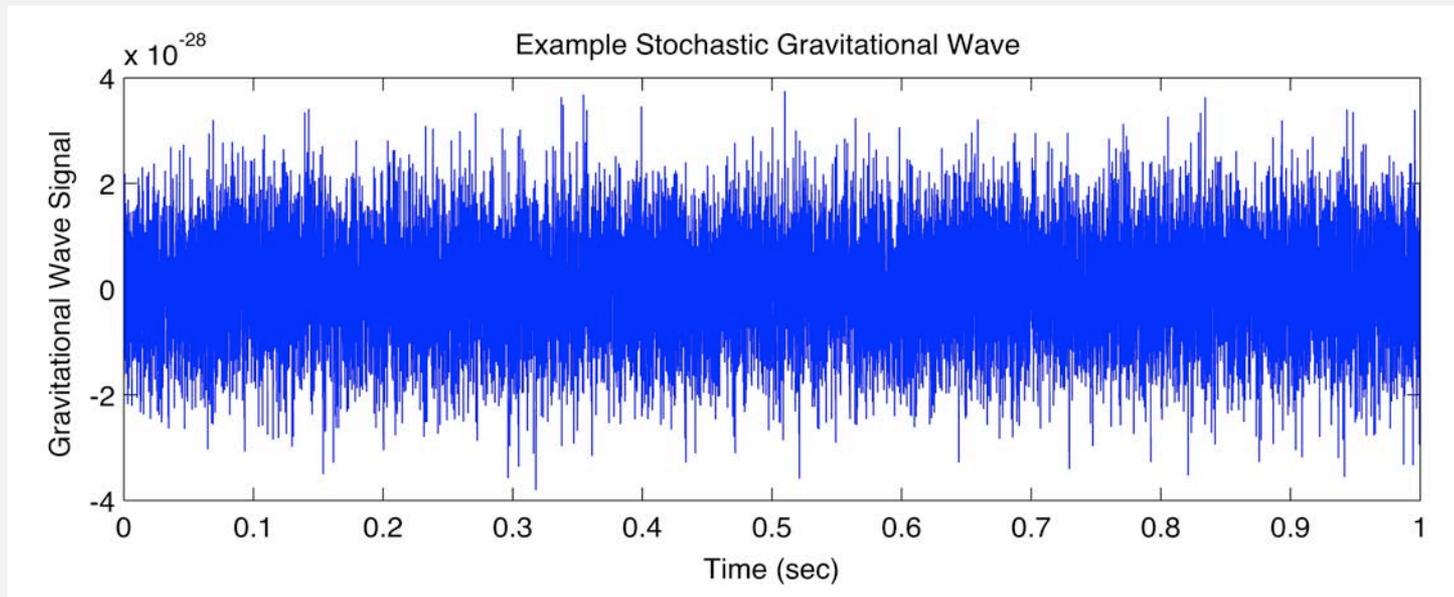
BBO:
Big-Bang Obs.

$\rho_{\text{GW}}(f)$: density of GW; ρ_c : the critical density

$$\Omega_{\text{GW}}(f): \text{density parameter}; \quad \Omega_{\text{GW}}(f) = \frac{1}{\rho_c} \frac{d\rho_{\text{GW}}(f)}{d \ln f}$$

stochastic wavesの観測

- 定常的なランダムな波
 - detector のノイズと区別できない。
 - 複数台での相関を取る。



<http://www.ligo.org/science/GW-Stochastic.php>

Multi-Messenger Observations

- **電磁波による天文観測，ニュートリノ観測との連携が重要**
 - CBC: 重力波源までの距離と red-shift
→ Hubble const.
 - supernova, gamma-ray burst:
電磁波，ニュートリノ，重力波の同時観測
- **triggered search**
 - 重力波以外での観測 → 時刻，方向がわかれば
重力波データ解析に極めて有利
- **follow-up observation**
 - 重力波が先に観測されれば，
すぐにその方向に望遠鏡を向ける。
← 重力波観測の広視野性

これから入ってくる人たちへ

- 重力波の兆候を最初に見つけるのはデータ解析の研究者です。
- 3年後にKAGRAの本格的観測が開始される。
今の4年生が，D1のとき。
- (少なくとも日本では) データ解析の研究者は少ない
→ ちょっとがんばれば，(ある部分の) 日本の第一人者

